TEORÍA DEL RÉGIMEN LOGÍSTICO TIERRA–LUNA

Por Ernesto Gabriel Arias Fernandez

Versión 1.1
Primera edición. Documento sujeto a revisiones, correcciones y ampliaciones sin modificación de su estructura fundamental.

Barcelona - 2026

NOTA DEL AUTOR

Esta obra nació de una incomodidad. No con las personas, ni con las instituciones, ni con los programas espaciales, sino con la forma en que se formula la pregunta fundamental.

Durante décadas, la exploración lunar se ha pensado en términos de vehículos, misiones y campañas. Sin embargo, una presencia humana permanente no es una misión: es un sistema. Y un sistema permanente exige una estructura logística permanente.

Cuando uno cambia la pregunta, cuando deja de preguntar "¿cómo llegamos?" y empieza a preguntar "¿Cómo nos quedamos indefinidamente en la Luna?, las respuestas cambian. Y algunas de esas respuestas incomodan.

Aplicar física, logística y teoría de sistemas a arquitecturas espaciales conocidas públicamente produce resultados que no siempre coinciden con el lenguaje con el que esas arquitecturas se presentan.

Una teoría que evita señalar lo que no funciona no es una teoría: es un ejercicio académico. Esta obra no acusa a nadie de mala fe. Es una auditoría de física aplicada a lenguaje público ambiguo. Los datos son públicos. Las ecuaciones son las de siempre. Lo único que cambia es el marco conceptual.

Este trabajo es fundacional, no definitivo. Describe un régimen logístico para un caso concreto: la red Tierra–Luna bajo condiciones de asimetría dominante. Pero el objeto matemático que emerge de estas páginas es más general. Las Redes Unidireccionales son reutilizables. La RED —el grafo completo del transporte espacial en el sistema solar— es la generalización natural.

La conjetura de oscilación entre regímenes, la formalización de múltiples nodos (Marte, L2, estaciones en LEO), la integración de ISRU asimétricos, la extensión a arquitecturas multioperador con estándares abiertos: todo eso está por escribir.

Alguien, en algún momento, tendrá que hacerlo. Quizá seas vos.

Si esta teoría te resulta útil —para construir, para analizar o para demostrar que está equivocada— entonces ya cumplió su propósito. Porque al final, esta obra no es mía. Es del primero que la tome y la lleve más lejos.

PROLOGO

Toda esta obra nació de una única pregunta:

¿Qué estructura logística necesita un sistema para sostener una presencia humana permanente?

El primer problema no fue encontrar la respuesta adecuada. Fue encontrar la pregunta adecuada.

Durante décadas, la exploración lunar se estudió como una sucesión de vehículos, misiones, campañas y programas. Pero una presencia humana permanente no constituye una misión: constituye un sistema. Y un sistema permanente exige una estructura logística permanente.

La pregunta dejó entonces de ser *cómo llegar a la Luna*. La verdadera pregunta pasó a ser:

¿Qué propiedades debe poseer una red logística para sostener indefinidamente una presencia humana fuera de la Tierra?

Esa diferencia, aparentemente pequeña, cambia completamente el objeto de estudio.

Es importante señalar que la presente teoría no propone una red logística Tierra–Luna como una arquitectura diseñada por el autor. Sostiene una tesis diferente: que dicha red constituye una consecuencia necesaria de las leyes físicas que gobiernan el transporte espacial cuando el objetivo es establecer una presencia humana permanente.

En este sentido, la teoría no describe un invento, sino una estructura matemática implícita en la ecuación de Tsiolkovski, en la mecánica orbital y en las leyes generales de la logística. El trabajo del autor consiste en identificar esa estructura, formularla mediante axiomas, definir sus propiedades y derivar sus consecuencias.

La teoría no crea ese objeto. Simplemente intenta describirlo.

Si las hipótesis y las demostraciones son correctas, bajo las condiciones de asimetría dominante descritas en este trabajo, cualquier arquitectura logística que intente sostener una presencia humana permanente entre la Tierra y la Luna tenderá a converger hacia una estructura con estas mismas propiedades fundamentales, independientemente de los vehículos, tecnologías o materiales empleados.

Por esa razón, el objeto de estudio de esta obra no son los vehículos. Tampoco las misiones. Ni las arquitecturas concretas.

El objeto de estudio es **el Régimen Logístico Tierra–Luna**, entendido como una estructura matemática cuya existencia deriva de las propias leyes del transporte espacial.

Este prólogo es una invitación: dejar atrás la épica y entrar en el dominio de los sistemas. La Luna no necesita héroes. Necesita infraestructura.

TEORÍA DEL RÉGIMEN LOGÍSTICO TIERRA–LUNA

POSTULADO CENTRAL

Establecer un sistema logístico bidireccional entre la Tierra y la Luna no consiste en ejecutar una sucesión de misiones exploratorias, por exitosas que sean individual o colectivamente. Se trata de un problema de naturaleza diferente: un régimen logístico dinámico cuyo comportamiento está gobernado por la interacción de leyes físicas, principios logísticos y tecnologías conocidas, pero que hasta ahora han sido estudiadas y aplicadas de forma independiente. Es la integración de estos elementos en un sistema operativo continuo la que da lugar a un comportamiento emergente, con propiedades propias que no pueden deducirse del análisis aislado de cada uno de sus componentes.

ESTADO DEL ARTE (RELATED WORK)

Durante las dos últimas décadas, el interés por la logística espacial ha experimentado un crecimiento significativo como consecuencia de la transición desde programas de exploración basados en misiones aisladas hacia arquitecturas destinadas a sostener una presencia humana prolongada en el espacio cislunar. Este cambio ha impulsado el desarrollo de estudios sobre depósitos orbitales de propelente, vehículos reutilizables, utilización de recursos in situ (ISRU), infraestructuras permanentes, optimización de campañas logísticas y redes de transporte espacial.

La revisión más completa publicada hasta la fecha sobre esta disciplina corresponde a **Koki Ho**, *Space Logistics Modeling and Optimization: Review of the State of the Art* (2024), donde se recopilan y clasifican varias décadas de investigación en logística espacial. El autor identifica como principales líneas de trabajo el modelado de redes logísticas, la optimización de campañas de exploración, la localización de depósitos orbitales, la gestión de inventarios, la planificación de rutas y el diseño de infraestructuras mediante técnicas procedentes de la Investigación Operativa, tales como **Network Flow**, **Vehicle Routing Problem (VRP)**, **Facility Location Problem (FLP)**, **Mixed Integer Linear Programming (MILP)** y modelos estocásticos de inventario.

Dentro de este marco, la red logística constituye una representación matemática utilizada para modelar una arquitectura previamente definida y optimizar posteriormente su funcionamiento. El objeto de estudio continúa siendo la campaña logística o la arquitectura considerada, no la propia red como entidad física o matemática independiente.

Una segunda línea de investigación ampliamente desarrollada corresponde a las **arquitecturas lunares reutilizables basadas en depósitos orbitales de propelente**. Entre los trabajos más representativos se encuentran **Reusable Lunar Transportation Architecture Utilizing Orbital Propellant Depots** (AIAA, 2009), así como el estudio de

NASA **Architecture Study for a Fuel Depot Supplied from Lunar Resources** (2016). Ambos analizan múltiples configuraciones de vehículos, depósitos y estrategias de transferencia con el objetivo de minimizar masa inicial, coste, número de lanzamientos o complejidad operativa.

En todos estos estudios, el depósito orbital constituye un elemento de una arquitectura previamente asumida cuya localización y dimensionamiento forman parte del proceso de optimización. No se plantea como una consecuencia necesaria de las restricciones físicas del transporte espacial ni se estudian propiedades generales asociadas a su existencia dentro de un régimen logístico.

Una tercera línea de investigación se centra en el **diseño de vehículos reutilizables**, particularmente landers lunares y sistemas de transporte entre órbita y superficie. Trabajos como **Analysis and Optimization of Lunar Exploration Architecture Based on Reusable Human Spacecraft**, **Multidisciplinary Design and Architecture Optimization of a Reusable Lunar Lander** y diversos estudios de NASA sobre modelado de landers reutilizables utilizan metodologías multidisciplinares para optimizar simultáneamente vehículo, misión, trayectorias y costes operativos.

Nuevamente, el objeto de estudio continúa siendo el vehículo y su integración dentro de una arquitectura concreta. La reutilización aparece como una propiedad tecnológica del sistema de transporte y no como una consecuencia matemática derivada de un régimen logístico general.

Más recientemente, la propia NASA ha comenzado a desarrollar una visión cada vez más orientada hacia la infraestructura permanente. Iniciativas como **NextSTEP Lunar Logistics and Mobility Studies** o **Space Superhighway** consideran explícitamente capacidades logísticas, movilidad de superficie, repostaje orbital, mantenimiento, ensamblaje y fabricación en el espacio como elementos fundamentales para una presencia humana sostenida más allá de la órbita terrestre.

Estos programas representan un cambio importante respecto a la exploración basada exclusivamente en misiones. Sin embargo, continúan abordando la logística como un problema de ingeniería de sistemas, desarrollo tecnológico y capacidades operativas, **sin formular una teoría general del régimen logístico** que gobierna dichas infraestructuras.

Especial interés presenta el estudio de NASA **A Cis-Lunar Propellant Infrastructure for Flexible Path Exploration and Space Commerce** (2012), donde se introduce explícitamente el concepto de **bootstrap**, el crecimiento progresivo de la infraestructura y la aparición de una economía cislunar. Este trabajo constituye probablemente la aproximación conceptual más cercana al enfoque desarrollado en la presente teoría.

No obstante, incluso en este caso, conceptos como bootstrap, reutilización o evolución de la infraestructura se introducen como principios de diseño o estrategias de ingeniería destinadas a orientar el desarrollo de la arquitectura. No se deducen matemáticamente a partir de principios generales ni se derivan como propiedades necesarias del sistema.

El análisis conjunto de la literatura revisada pone de manifiesto un patrón común. Los trabajos existentes estudian vehículos, arquitecturas, depósitos, campañas logísticas, infraestructuras o modelos de optimización. Incluso cuando utilizan modelos de red, éstos constituyen herramientas matemáticas destinadas a representar y optimizar una arquitectura previamente definida.

En ninguno de los trabajos revisados se ha identificado una formulación cuyo objetivo sea identificar, caracterizar y definir matemáticamente el régimen logístico Tierra–Luna como objeto de estudio independiente.

Hasta donde alcanza esta revisión, no se ha localizado una formulación que:

- *defina una eficiencia logística general de un tramo independiente de una arquitectura concreta;*
- *defina una eficiencia global del régimen logístico como propiedad matemática del sistema;*
- *establezca un conjunto de axiomas que describan el comportamiento general del régimen;*
- *demuestre teoremas generales sobre dicho régimen;*
- *derive la topología de la red como consecuencia de las restricciones físicas impuestas por la ecuación de Tsiolkovski y la mecánica orbital;*
- *caracterice matemáticamente la evolución del régimen logístico mediante propiedades generales independientes de los vehículos particulares empleados.*

En consecuencia, la presente teoría no pretende proponer una nueva arquitectura lunar ni optimizar una campaña de exploración existente. Su objeto de estudio es diferente. Considera el Régimen Logístico Tierra–Luna como una estructura matemática cuya existencia emerge de la interacción entre la ecuación de Tsiolkovski, la mecánica orbital y los principios generales de la logística.

El propósito de la presente teoría es identificar dicho objeto, caracterizarlo y definirlo matemáticamente mediante definiciones, axiomas, teoremas y modelos formales, con independencia de las arquitecturas particulares que puedan implementarlo. No pretende establecer recomendaciones de ingeniería ni proponer una tecnología específica, sino desarrollar un marco matemático general que permita describir el comportamiento del régimen logístico Tierra–Luna como un sistema físico sujeto a leyes, propiedades e invariantes propias.

Desde esta perspectiva, vehículos, depósitos, infraestructuras y campañas dejan de constituir el objeto principal del análisis y pasan a interpretarse como realizaciones particulares de un mismo régimen logístico subyacente, cuya existencia y propiedades constituyen el verdadero objeto de estudio de la presente teoría.

FUNDAMENTOS DISCIPLINARIOS

La teoría no introduce leyes naturales nuevas. Se apoya en principios establecidos en disciplinas distintas, cada uno de los cuales aporta una dimensión específica al sistema. Es su integración y no cada elemento por separado, la que determina el comportamiento del conjunto.

Física del transporte (Tsiolkovski)

La ecuación del cohete impone la segmentación del Δv como consecuencia directa de la física. La ecuación de Tsiolkovski no prescribe un régimen logístico, pero establece las condiciones de contorno que hacen necesaria su existencia.

Mecanica orbital

Establece los Δv requeridos para moverse dentro del entorno Tierra-Luna y, por extensión, de todo el Sistema Solar.

Teoría de redes

La segmentación del Δv condiciona la localización y la función de los nodos. La topología de la red emerge de las restricciones físicas del sistema y determina sus propiedades operativas.

Logística (naval, terrestre y aérea)

Los flujos de carga, propelente y vehículos responden a funciones distintas y deben gestionarse de forma desacoplada. Este principio es común a las redes logísticas modernas y puede trasladarse al sistema Tierra–Luna.

Ingeniería industrial

La especialización funcional de los vehículos es consecuencia de la segmentación de funciones y de la existencia de flujos diferenciados. La eficiencia del sistema depende de la especialización de sus elementos, no de la versatilidad de cada vehículo individual.

Filosofía de la técnica

Operar bajo restricciones no consiste en maximizar el rendimiento de cada componente, sino en seleccionar soluciones suficientemente simples, fiables, predecibles y resilientes para cumplir una función determinada. La frontera tecnológica no constituye, por sí sola, un criterio de diseño.

Sistemas dinámicos

Una red logística bidireccional constituye un sistema dinámico con propiedades emergentes. Su operación implica variaciones continuas de inventarios, flujos y utilización de recursos. El objetivo no es alcanzar un estado estático, sino mantener una operación continua dentro de límites operativos definidos.

Establecimiento de estándares

La existencia de una infraestructura logística continua crea la necesidad de estándares abiertos para interfaces, operaciones y servicios. La estandarización constituye una condición necesaria para la escalabilidad y la interoperabilidad del sistema.

Economía de mercado

Los estándares abiertos reducen las barreras de entrada y favorecen la incorporación de múltiples operadores. El desarrollo de un mercado competitivo no precede a la infraestructura logística, sino que emerge como consecuencia de su consolidación.

DE LOS FUNDAMENTOS A LOS AXIOMAS: ESTATUTO EPISTEMOLÓGICO DE LA TEORÍA

Los fundamentos enunciados en la sección anterior no son proposiciones originales ni constituyen una contribución nueva al conocimiento de las disciplinas de las que proceden. No introducen leyes nuevas, no corrigen leyes existentes y no proponen reinterpretaciones heterodoxas de ningún cuerpo de conocimiento establecido.

La contribución de esta teoría no consiste en demostrar lo que ya está demostrado. Consiste en integrar estos principios —probados por separado, pero nunca antes articulados como un sistema coherente— en un marco único que los pone en relación y extrae de esa relación consecuencias que no son visibles cuando cada disciplina se considera de forma aislada.

Estos principios son parte integrante del conocimiento humano con carácter universal. Damos por válido el contenido de todas estas disciplinas: la física del transporte, la teoría de redes, la logística naval, terrestre y aérea, la ingeniería industrial, la teoría de sistemas dinámicos, la ciencia de los estándares y la economía de mercado. No es necesario probarlos. Ya están probados.

Por lo tanto, podemos extraer de ellos los axiomas de esta teoría. A estos axiomas les asignamos el valor de verdad "verdadero" por construcción, porque están contenidos y probados en los corpus disciplinares de los que proceden. No requieren prueba adicional. No serán demostrados dentro de esta teoría.

Este proceder no es arbitrario. Es análogo al que utilizó Euclides al establecer los axiomas de la geometría: enunciados cuya verdad no se demuestra dentro del sistema, sino que se asume como punto de partida porque se apoyan en conocimientos ya establecidos o en la evidencia de los hechos.

La teoría, a partir de aquí, no demuestra sus axiomas. Los declara. Y sobre ellos construye un sistema de principios, reglas y consecuencias operativas.

AXIOMA 1

Derivado de: Física del transporte (Tsiolkovski)

La segmentación del Δv es una restricción física, no una elección de diseño.

La relación entre masa y velocidad en un sistema de propulsión impulsivo es logarítmica. Como consecuencia, el coste energético de recorrer un Δv elevado en una única etapa crece de forma exponencial, haciendo inviable cualquier arquitectura de transporte que no segmente el trayecto en etapas sucesivas. La segmentación no es una opción de diseño: es una imposición de la física.

AXIOMA 2

Derivado de: Física del transporte (Tsiolkovski) + Teoría de redes

La segmentación del Δv impone la existencia de nodos. Su localización exacta admite variantes, pero no es arbitraria.

La división del trayecto en etapas define puntos de transferencia entre segmentos. Esos puntos son los nodos de la red. La física no determina un único nodo posible, pero sí restringe el espacio de opciones: distintas localizaciones producen redes topológicamente equivalentes con rendimientos diferentes. La elección del nodo no cambia la naturaleza del sistema, pero altera la distribución de sus cargas operativas y su rendimiento global.

AXIOMA 3

Derivado de: Logística (naval, terrestre y aérea)

Los flujos de carga y propelente son funcionalmente distintos y deben gestionarse de forma desacoplada.

Carga y propelente tienen orígenes, destinos, frecuencias y volúmenes distintos. Tratarlos como un flujo unificado —como hace la arquitectura de misión tradicional— es una ineficiencia estructural, no una limitación tecnológica superable. El desacople no es una opción de diseño: es una condición para la operación continua.

AXIOMA 4

Derivado de: Ingeniería industrial

La especialización funcional de los vehículos es una consecuencia de la segmentación del sistema, no una preferencia de diseño.

Pretender que un único vehículo cubra múltiples segmentos no es una solución versátil: es una solución subóptima en términos de rendimiento, en todos los segmentos que recorre. La especialización es uno de los pilares que permitió el aumento exponencial de la productividad durante la Revolución industrial, no es una elección, es la consecuencia directa de los axiomas anteriores.

AXIOMA 5

Derivado de: Filosofía de la técnica

Un sistema técnico se evalúa exclusivamente por el grado de cumplimiento de sus objetivos declarados, medido a nivel del sistema en conjunto, no de sus componentes individuales.

La sofisticación tecnológica, el rendimiento máximo de los componentes o el significado simbólico no constituyen criterios de evaluación válidos. Un componente puede ser subóptimo en su dimensión técnica específica y contribuir sin embargo al éxito del sistema en conjunto, y esa contribución es lo único que importa. A la inversa, un componente técnicamente superior que compromete la operatividad, la simplicidad o la resiliencia del conjunto es una disfunción, no un logro. Cada componente puede y debe evaluarse en relación a su función específica dentro del sistema. El fracaso y el éxito son ontológicamente opuestos. No existe el fracaso exitoso.

El Axioma 5 tiene un estatuto distinto a los anteriores. No deriva de un corpus científico probado, sino de una toma de posición sobre cómo se evalúa un sistema técnico. Su valor axiomático no proviene de la física o la matemática, sino de la decisión deliberada de adoptar este criterio como fundamento de la teoría. Es una elección de marco, no una consecuencia de la naturaleza.

AXIOMA 6 — LA BISAGRA

Derivado de: Sistemas dinámicos

Una red logística de operación continua es un sistema dinámico con propiedades emergentes que no pueden deducirse del análisis aislado de sus componentes.

Cuando los cinco elementos anteriores, segmentación del Δv, topología de nodos, desacople de flujos, especialización vehicular y criterio de operabilidad, se integran en un sistema en operación continua, el conjunto adquiere propiedades emergentes que no pueden deducirse del análisis de cada componente por separado.

Este axioma marca el límite entre dos dominios de la teoría. Los axiomas anteriores describen lo que la física y la técnica imponen al sistema. Los axiomas siguientes describen lo que el sistema produce cuando opera.

AXIOMA 7

Derivado de: Estandarización e interoperabilidad

La operación conjunta de vehículos y nodos impone inevitablemente un grado mínimo de estandarización en sus interfaces. Esta estandarización no es una decisión de diseño — es una consecuencia operativa de la existencia de la red.

Apenas dos vehículos comparten un nodo, algo tiene que coincidir entre ellos. Es una condición que la red impone por el solo hecho de existir. Lo que sí requiere una decisión consciente son el grado de profundidad de dicha estandarización y su gobernanza. La física impone la compatibilidad de la interfaz, pero el carácter accesible o restrictivo de la misma responde a lógicas distintas que exceden la naturaleza técnica de la red. Esas implicaciones se manifiestan recién cuando el sistema consolidado interactúa con el entorno económico.

AXIOMA 8

Derivado de: Economía de mercado

El mercado no precede a la infraestructura logística. Emerge como consecuencia de su consolidación y de la estandarización que la hace operable.

La secuencia es invariante: primero la infraestructura, luego los estándares, luego el mercado. Invertir ese orden es el error conceptual que ha paralizado el desarrollo de la economía cislunar. El desarrollo posterior lo confirma con evidencia histórica.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 1

La ecuación de Tsiolkovski, formulada hace más de un siglo, es el fundamento matemático de toda la astronáutica moderna y la razón de ser del cohete multietapa. No es una solución ingenieril elegante ni una preferencia histórica: es la única respuesta posible a lo que la física impone.

La ecuación relaciona la variación de velocidad de un vehículo — el Δv — con la masa inicial, la masa final y el impulso específico del propulsor. La relación no es lineal: es logarítmica. Y esa característica matemática tiene consecuencias que no son inmediatamente intuitivas.

A Δv bajos, la curva es relativamente indulgente: ganar velocidad adicional exige más masa, pero la penalización es manejable. A Δv altos, la curva se vuelve abrupta: cada metro por segundo adicional requiere una cantidad de propelente

desproporcionadamente mayor. El vehículo se transforma progresivamente en un contenedor de combustible con una carga útil residual.

La consecuencia es inevitable: ninguna arquitectura de transporte que intente recorrer el trayecto completo Tierra–Luna en una única etapa puede ser eficiente. La segmentación no es una opción de diseño. Es lo que la ecuación exige.

Pero segmentar el trayecto no es un acto neutro. Cada corte en el Δv define un punto de transferencia entre etapas. Define un **tramo** de la red. Y cualquier concatenación de tramos termina en un **nodo**. Un nodo no es solo una parada: es el lugar donde los flujos se separan, donde los vehículos se especializan, donde el sistema empieza a adquirir arquitectura.

Tsiolkovski no diseñó una red logística. Pero la dejó escrita en su ecuación. Cien años después, la consecuencia sigue siendo la misma.

PRINCIPIO 1

Derivado de: Axioma 1

La segmentación del Δv no solo divide el trayecto. Genera la arquitectura del sistema.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 2

Toda red tiene nodos. No es una elección, es una condición estructural de cualquier red.

En el sistema Tierra–Luna, los nodos no se inventan ni se colocan por conveniencia política o histórica. Emergen de la segmentación del Δv. Cada corte en el trayecto define un punto de transferencia entre etapas, y ese punto es un nodo. La física lo impone antes de que nadie tome ninguna decisión de diseño.

Pero la física no dicta un único nodo posible. La mecánica orbital define una familia de opciones: órbitas de distinta altitud, distinta inclinación, distinta estabilidad. LLO y NRHO son ambos nodos válidos para el segmento cislunar. Ninguno viola la física. Pero no son equivalentes: La elección entre ellos no es arbitraria, está restringida por la física, pero tampoco es unívoca. Es una decisión técnica dentro de un espacio de opciones que la física define y la logística ordena por rendimiento.

Lo que no es negociable es la existencia del nodo. Lo que admite variantes es su localización exacta. *(Ver Anexo Matemático II — Verificación Numérica, sección 2.)*

PRINCIPIO 2

Derivado de: Axioma 1 + mecánica orbital

En el sistema Tierra–Luna, la localización de los nodos no es arbitraria. La mecánica orbital y la segmentación del Δv restringen el espacio de opciones. Dentro de ese espacio, la logística permite ordenar las opciones por sus consecuencias en el rendimiento de la red.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 3

Los nodos no son solo puntos de transferencia geométrica. Son el lugar donde el sistema toma decisiones. Y la primera decisión que un nodo impone es esta: no todo lo que llega es lo mismo.

Un nodo recibe carga útil, instrumentos, materiales, personas. Y recibe propelente, el combustible que mueve los vehículos entre nodos. Estos dos flujos no tienen el mismo origen, ni el mismo destino, ni la misma frecuencia, ni el mismo volumen. No tienen el mismo concepto: la carga útil es lo que se transporta, la razón de ser de la red logística. El combustible es solo un *consumible*, un **insumo**.

Ninguna red logística humana los mezcla. Ninguna. Sin excepción. No existe en logística sacar a paseo un insumo.

Un carguero que sale de Shanghai hacia Rotterdam no lleva en bodega el combustible necesario para el viaje de regreso. Lo repostará donde está el combustible, en Rotterdam, o en algún punto del trayecto. Transportar el fuel que va a quemar en tres semanas no es una ineficiencia: es un absurdo. Es tan obvio que ningún armador lo consideraría ni un instante.

Un avión de carga que cruza el Atlántico no despega con la mitad de su capacidad ocupada por el queroseno del vuelo de vuelta. El combustible se gestiona donde está el combustible. La carga se gestiona donde está la carga. Son flujos distintos y se tratan como flujos distintos.

La industria espacial es la única excepción conocida a esta regla universal. Cada misión lleva su propio propelente de regreso. Es la arquitectura Apollo, brillante para una exploración, estructuralmente inviable para un régimen de operación continua.

El lander del Modelo 1 (M_s=13,57 t, M_p=38,63 t, ε=0,26, Isp=340 s) entrega 36,73 toneladas de carga útil descendiendo desde LLO a superficie lunar, con el propelente de retorno producido localmente. El mismo lander, operando en ciclo cerrado y cargando también el propelente de regreso, entrega 11,04 toneladas. La diferencia no es tecnológica. Es logística. No está en el lander, que es el mismo. Está en la red. (*Ver Anexo Matemático I — Demostración Analítica*).

En un régimen de operación continua, el propelente se gestiona donde está el propelente. La carga se gestiona donde está la carga. Mezclar ambos flujos no es una simplificación operativa, es una deficiencia estructural con consecuencias cuantificables.

PRINCIPIO 3

Derivado de: Axioma 3

El propelente no es carga útil. Es un consumible. El flujo de propelente debe desacoplarse del flujo de carga o aceptar la ineficiencia.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 4

Una red logística es un sistema y opera como tal. Por ello debe ser diseñado como tal. Las partes de este sistema están al servicio de un objetivo común. Es un hecho conocido aplicado en el diseño industrial, desde coches a instalaciones. El criterio para el dimensionamiento de una bomba circuladora es que entregue el caudal y la contrapresión que la instalación necesita. El mismo principio aplica a los componentes de la red logística. Un vehículo es una solución a un problema específico. El problema lo define el segmento: el Δv que debe recorrer, el entorno en el que opera, la masa que debe mover y la frecuencia con la que debe hacerlo.

El ascenso desde superficie terrestre hasta órbita baja exige motores de alto empuje capaces de vencer la gravedad y la atmósfera. El tránsito cislunar exige eficiencia energética en vacío. El descenso lunar exige control preciso a bajo Δv en ausencia de atmósfera. Estas tres funciones no son variantes de la misma función, son funciones distintas que imponen requisitos distintos e incompatibles entre sí. Un lander que debe operar durante años en condiciones cislunares tiene requisitos de redundancia y resiliencia que no los tiene una upper stage que se descarta en 3 horas.

Un vehículo que intenta cubrir dos o más segmentos no es versátil, es subóptimo en todos los segmentos que recorre. Carga con masa estructural innecesaria en cada tramo. Compromete su Isp, su fracción estructural o su capacidad de carga para satisfacer requisitos que solo existen en otro segmento. Esto es particularmente aplicable a las redes logísticas. No necesariamente a una arquitectura de misión.

Un lander que asume varias funciones puede ser una solución práctica en ese contexto exploratorio. Como una navaja suiza. Se agradece su polivalencia en un campamento de verano, pero nadie trabaja con ella en un taller mecánico.

La especialización no es una preferencia estética. Es la respuesta de ingeniería correcta a las consecuencias directas de la segmentación del Δv, el desacople de flujos y la existencia de nodos.

El método más directo para parametrizar los vehículos que cubren los distintos segmentos es aplicar la ecuación de Tsiolkovski según las características de cada tramo. De esta manera se asegura que cada vehículo ofrezca el máximo de prestaciones para su segmento en particular.

PRINCIPIO 4

Derivado de: Axiomas 1, 2, 3 y 4

Cada vehículo o depósito de la red debe dimensionarse para cumplir la función que el tramo le asigna, ni más, ni menos. La polivalencia no es una virtud en un régimen logístico. Es una deficiencia de diseño.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 5

Este es el axioma con un estatuto distinto: no deriva de la física, sino de una postura epistemológica. Su valor axiomático no proviene de la física o la matemática, sino de la decisión deliberada de adoptar este criterio como fundamento de la teoría. Esta decisión no es un capricho. Obedece a la necesidad de establecer un criterio unívoco para evaluar el éxito.

Esta teoría establece los principios generales para el estudio y el diseño de redes logísticas en el espacio cislunar. De estos principios se deriva una cantidad indeterminada de modelos, y cada modelo puede ser implementado en una solución con un hardware determinado. Inevitablemente, alguna de estas implementaciones se convertirá en una realidad física.

En todo ese proceso de transferir los principios a una red logística real y operativa, es prioritario definir bajo qué criterios se evaluarán los resultados. El establecimiento de objetivos claros y mensurables no es una sugerencia metodológica; es la condición de posibilidad para que el sistema adquiera sentido técnico y económico.

El diseño industrial conoce bien la diferencia entre optimizar un componente y optimizar un sistema. Una bomba que entrega el máximo caudal posible no es necesariamente la bomba correcta. Es correcta la que entrega el caudal que la instalación necesita. El criterio no es el rendimiento máximo del componente. Es el cumplimiento de la función que el sistema le asigna. La evaluación de cada componente debe ser en base a su contribución al éxito del conjunto.

El Anexo matemático añade la demostración numérica. A nivel de componente, el vehículo autónomo del Caso B parece más eficiente: consume menos propelente por ciclo y no requiere viajes tanqueros. A nivel de sistema, entrega un 71,3% menos de carga útil con una tasa de retorno logístico un 50% inferior. El criterio de componente y el criterio sistémico no solo difieren: apuntan en direcciones opuestas. *(Anexo Matemático I — Demostración Analítica).*

Este principio, universal en ingeniería, se viola sistemáticamente en la industria espacial. Y se viola de una manera particular: confundiendo sofisticación tecnológica con éxito.

En la historia de la astronáutica, tenemos dos ejemplos paradigmáticos. El proyecto Apolo se planteó un objetivo claro y concreto, enunciado desde antes del comienzo del mismo y universalmente conocido: "*esta nación debe comprometerse a lograr la meta, antes de que termine esta década, de llevar un hombre a la Luna y traerlo de regreso sano y salvo a la Tierra*". Y toda decisión de diseño estaba orientada a cumplir con este objetivo. Y lo logró. Cumplió. Eso es un éxito. Y la consecuencia lógica de este éxito fue su cancelación. Una vez alcanzados los objetivos, no existía ningún motivo para continuar con el proyecto. Porque para Apolo la permanencia en la Luna nunca lo fue.

El Space Shuttle es otro caso paradigmático. Una máquina de extraordinaria complejidad y ambición tecnológica. Motores de hidrógeno líquido en el límite del arte. Capacidad de retorno orbital única en su tiempo. Una máquina increíble. Y un fracaso en términos de sus objetivos declarados: reducir el coste de acceso al espacio, aumentar la cadencia de vuelos, hacer el acceso orbital rutinario. No cumplió ninguno. El Shuttle no fue un fracaso exitoso, fue un fracaso. Y el fracaso y el éxito son ontológicamente opuestos.

PRINCIPIO 5A

Derivado de: Axioma 5

Los objetivos de un sistema técnico deben estar claramente enunciados antes de proceder a su diseño. El éxito es el grado de cumplimiento de esos objetivos, medido a nivel del sistema en conjunto. Todo lo demás es ruido.

PRINCIPIO 5B

Derivado de: Axioma 5

El éxito de un componente del sistema debe evaluarse según su contribución al cumplimiento de los objetivos del sistema en conjunto. Todo lo demás es ruido. Cualquier optimización aislada de un componente que obstaculice este fin es contraproducente.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 6

Los cinco axiomas anteriores describen restricciones: lo que la física impone, lo que la logística exige, lo que la ingeniería resuelve. Cada uno, por separado, es una pieza de ingeniería convencional. Nada en ellos predice lo que ocurre cuando se integran y el

sistema empieza a operar de forma continua. Pero una red logística es un sistema complejo. Y todo sistema complejo tiene propiedades emergentes, propiedades que no pueden deducirse del estudio de sus componentes porque surgen de la interacción entre los mismos.

Eso es lo que distingue una misión de un régimen. Una misión se ejecuta, se completa y se cierra. Un régimen no se completa, se sostiene. Y sostenerse en el tiempo introduce un comportamiento que el diseño estático no contempla: las propiedades del sistema como tal.

Los inventarios en los nodos suben y bajan según la cadencia de los vehículos. Los buffers absorben retrasos y los propagan cuando se agotan. Aparecen cuellos de botella que no estaban en ningún plano de diseño, surgen de la interacción entre componentes que individualmente funcionan bien. El sistema desarrolla un estado de operación hacia el cual tiende, no porque alguien lo programe, sino porque es la configuración que sus propias restricciones internas favorecen.

Ninguna de estas propiedades existe en los componentes. No están en el lander, ni en el tug, ni en el depósito. Existen solo en la red operando como red, a lo largo del tiempo. Por eso este axioma es la bisagra: marca el momento en que la teoría deja de hablar de partes y empieza a hablar del todo.

El estudio y la comprensión de las propiedades emergentes de una red logística es uno de los objetivos declarados de esta teoría. **Constituye un campo de investigación vasto**, clave para el diseño, la implementación y la conducción de estas redes, porque solo comprendiendo su comportamiento emergente es posible tomar las decisiones correctas durante su operación.

PRINCIPIO 6

Derivado de: Axioma 6

Un régimen logístico no se diseña para un estado final. Se diseña para sostenerse en operación continua, absorbiendo sus propias tensiones internas. Como todo sistema complejo, presenta propiedades emergentes que no presentaban sus partes.

El objetivo de diseño no es la estabilidad estática, sino la capacidad del sistema de mantener su operación dentro de límites que surgen de sus propiedades emergentes, como oscilaciones, retrasos y tiempos de relajación.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 7

La operación conjunta de vehículos y nodos impone inevitablemente un grado mínimo de estandarización en sus interfaces. Esta estandarización no es una decisión de diseño, es una consecuencia operativa de la existencia de la red.

Apenas dos vehículos comparten un nodo, algo tiene que coincidir entre ellos: el puerto de acople de un lander y el de un depósito en superficie, el propelente que un tug entrega y el que un lander consume, el protocolo de comunicación entre vehículo y nodo. No es una elección de política industrial. Es geometría, es química, es protocolo, y ocurre por el solo hecho de que dos elementos de la red tengan que interactuar. Ninguna decisión consciente lo produce; ninguna decisión consciente podría evitarlo sin impedir que la red exista.

Lo que sí requiere una decisión consciente es todo lo que excede ese mínimo estructural: el grado de profundidad de la estandarización y su gobernanza.

La física fija un piso —la compatibilidad indispensable para que la transferencia ocurra— pero no fija un techo. Un estándar puede detenerse exactamente en ese piso, cubriendo solo lo que la interoperabilidad exige, o puede extenderse deliberadamente en dos direcciones distintas: hacia protocolos y especificaciones (formatos de datos, telemetría, criterios de certificación para nuevos operadores) y hacia componentes físicos compartidos (baterías, motores, filtros, y otros elementos de recambio frecuente, normalizados entre fabricantes distintos)*. Ninguna de las dos extensiones es indispensable para que dos vehículos concretos interactúen, pero ambas determinan cuántos actores distintos pueden sumarse a la red sin fricción, y cuánto puede abaratarse y agilizarse su mantenimiento una vez integrados.

Esa extensión no la impone la física. La decide quien define el estándar, y esa decisión no es neutral: un estándar que se detiene en el mínimo técnico deja margen para que cada operador resuelva el resto por su cuenta, fragmentando el ecosistema en soluciones incompatibles entre sí. Un estándar que se extiende deliberadamente más allá del mínimo (documentado, publicado, accesible) es lo que efectivamente habilita que un tercero se sume a la red sin tener que negociar caso por caso con quien la construyó primero.

La física impone la compatibilidad de la interfaz. El carácter accesible o restrictivo de esa interfaz responde a una lógica distinta, que excede la naturaleza técnica de la red y se manifiesta plenamente cuando el sistema consolidado interactúa con su entorno económico.

* El caso histórico más citado de esta falla es el Apolo 13: los cartuchos de hidróxido de litio para eliminación de CO_2 del Módulo de Mando y del Módulo Lunar tenían geometrías incompatibles (cuadrados en uno, cilíndricos en el otro), y la tripulación debió improvisar un adaptador con materiales de a bordo para poder usar los filtros del Módulo de Mando dentro del Módulo Lunar. Dos sistemas del mismo programa, sin ningún estándar físico compartido más allá del mínimo indispensable para la misión original.

PRINCIPIO 7

Derivado de: Axioma 7

Todo nodo o vehículo que interactúe con otros elementos de la red queda sujeto a un mínimo de estandarización en sus interfaces. Ese mínimo no es negociable. Lo que sí se decide, y se decide conscientemente, es su grado y su apertura.

EXPLICACIÓN DEL AXIOMA 8

El mercado no precede a la infraestructura logística. Emerge como consecuencia de su consolidación y de la estandarización que la hace operable.

Ningún mercado de transporte cislunar puede existir antes de que exista una infraestructura que opere de forma continua. No hay competencia posible entre operadores si no hay nada que operar, ni interoperabilidad posible si no hay nodos ni estándares con los que interoperar. El mercado necesita un sistema preexistente sobre el cual construirse.

La secuencia histórica de toda red de operación continua confirma este orden sin excepción. El ferrocarril existió antes que el mercado de transporte ferroviario competitivo. La estandarización de las telecomunicaciones existió antes que el mercado de operadores que compiten por ella hoy. En ningún caso el mercado precedió a la infraestructura. En todos los casos, apareció después, una vez que la infraestructura estaba consolidada y los estándares la hacían accesible a múltiples operadores. El creador de TCP/IP no estaba pensando en Tinder.

Invertir esta secuencia, esperar que el mercado financie la infraestructura antes de que exista, es el error conceptual que ha paralizado durante décadas el desarrollo de la economía cislunar. Ningún inversor financia un mercado que todavía no tiene nada sobre lo cual operar.

La secuencia se confirma también por el lado de la barrera de entrada. Cualquier actor que hoy quisiera operar en el espacio cislunar, sin infraestructura preexistente, debería crear sus propios vehículos, sus propias instalaciones, su propio programa de desarrollo, sus propios centros de control, sus propias redes de comunicación, y construir además su propia infraestructura logística de larga duración antes de poder siquiera pensar en un negocio. Eso no es una barrera de entrada, es la ausencia total de mercado posible. Una empresa necesita *throughput* previsible, costes estables y la posibilidad de asegurar sus inversiones. Ninguna de esas tres cosas existe sin una infraestructura previa sobre la cual operar.

PRINCIPIO 8

Derivado de: Axiomas 7 y 8

Una infraestructura logística con estándares abiertos es la condición que permite el surgimiento de un mercado cislunar. Sin esa infraestructura, cualquier actividad económica en el espacio depende exclusivamente de quien pueda financiar la totalidad de su propia cadena, lo cual reduce el campo a un puñado de actores estatales o corporaciones de escala excepcional.

CONSECUENCIAS DEL ESTABLECIMIENTO DE UNA RED LUNAR CON ESTÁNDARES ABIERTOS

Nota sobre el estatuto epistemológico de esta sección

Las consecuencias desarrolladas a continuación no tienen el mismo estatuto que los Axiomas 1 a 4, derivados de corpus físicos y técnicos ya probados. Comparten el estatuto del Axioma 5: son una toma de posición razonada, no una necesidad demostrable. Se ofrecen con la misma honestidad epistemológica: como la lectura que esta teoría hace de las consecuencias probables de un régimen logístico continuo, sujeta a debate, y no como una predicción cerrada ni como una prescripción normativa.

En particular, la descripción de que quien controla el estándar técnico ejerce poder de facto sobre el sistema es un enunciado descriptivo sobre la dinámica de cualquier infraestructura de red, una regularidad observable en toda la historia de la estandarización técnica, desde el ferrocarril hasta internet, no una recomendación de que dicho control deba ejercerse de forma cerrada o excluyente. Esta teoría defiende explícitamente lo contrario en el Principio 7 y en el punto 3 de esta misma sección: que un estándar abierto y profundo es preferible, precisamente porque diluye esa concentración de poder en vez de consolidarla. Describir una dinámica de poder no equivale a legitimarla ni a prescribirla.

CONSECUENCIAS

Abordar el impacto económico, político y conceptual de una infraestructura de transporte podría parecer, a primera vista, un exceso analítico que escapa al carácter técnico y formal de un tratado de redes logísticas. Sin embargo, en el marco de la Teoría de Sistemas Complejos, estas implicaciones no son adiciones externas: constituyen la última y más vasta de las propiedades emergentes del sistema. La física elemental determina la geometría de los nodos; la ingeniería resuelve las interfaces; pero el régimen de operación continua de estas variables predetermina de forma inevitable el modelo geopolítico de la economía cislunar. La secuencia que une el diferencial de velocidad (Δv) con la macroeconomía espacial es una línea lógica ininterrumpida.

1. La soberanía del estándar frente al colapso del derecho espacial clásico

La lectura encadenada de los axiomas precedentes conduce a una conclusión inevitable que la literatura académica contemporánea tiende a esquivar por corrección política: el marco legal internacional vigente es materialmente obsoleto. El Tratado del Espacio Exterior de 1967 fue concebido para un escenario de misiones de exploración estática y de carácter monopólico estatal, donde los Estados competían por prestigio geopolítico a través de eventos discretos. Ese derecho clásico se fundamenta en la ficción de que la no apropiación territorial garantiza un espacio neutral.

La introducción de un régimen de operación continua mediante una red logística destruye esta premisa por completo:

- **La obsolescencia de la no apropiación:** En un sistema dinámico continuo, la soberanía real no se ejerce mediante la ocupación militar de coordenadas geográficas, sino a través del control de los flujos de masa y energía. Quien posee el nodo de transferencia y define las especificaciones técnicas de la interfaz (química del propelente, geometría del acople, protocolos de comunicaciones) ejerce una soberanía de facto que ningún tratado diplomático puede neutralizar.
- **El estándar como ley material:** Las corrientes ideológicas actuales que intentan legislar el espacio basándose en preferencias doctrinales o utopías burocráticas ignoran la primacía de la infraestructura. El derecho de propiedad cislunar no nacerá de un consenso en la ONU; emergerá como una necesidad operativa de la propia red para dar seguridad jurídica al intercambio de flujos en los *buffers* de almacenamiento.
- **La transición hacia el realismo cislunar:** Los marcos regulatorios biempensantes que no se alineen con esta realidad logística material colapsarán por su propia irrelevancia, porque el mercado real exige la previsibilidad de los costes y la seguridad del inventario, variables que solo la infraestructura física puede garantizar.

2. El mito de la preservación diplomática: El paralelo Antártico frente al Ártico

Para comprender el destino inevitable de la economía cislunar, es mandatorio sustituir la ideología por variables físicas y de fricción energética. El paralelismo geográfico entre el Ártico y la Antártida desnudará la falsedad de que la preservación de un territorio depende de las buenas intenciones de un papel escrito:

- **El modelo del Ártico (Integración Económica):** Desde el punto de vista geográfico y ecológico, ambos polos presentan similitudes extremas. Sin embargo, el Ártico es un escenario de intensa actividad económica y competencia soberana comercial debido a su relativa accesibilidad física y su cercanía a las redes de transporte consolidadas globales.
- **El modelo de la Antártida (El espejismo del Tratado):** La Antártida permanece limitada a un régimen de bases estáticas, científicas y

subvencionadas bajo el amparo del Tratado Antártico. La narrativa oficial atribuye esta preservación al éxito del derecho internacional. Es un error de diagnóstico. La verdadera diferencia radica en la inaccesibilidad logística de la Antártida con respecto al Ártico; el coste energético de acceso rompe la ecuación de rentabilidad.

La Luna y el resto del Sistema Solar se encuentran actualmente atrapados en el "modelo antártico", protegidos únicamente por la inmensidad del pozo gravitatorio que los separa de la Tierra. Tan pronto como una infraestructura logística con estándares abiertos reduzca la fricción del diferencial de velocidad (Δ v) y abarate el acceso, la Luna sufrirá la misma transición que el Ártico. Dejará de ser un laboratorio científico aislado para convertirse en una extensión de la estructura productiva humana.

3. La dimensión geopolítica del estándar: Grado y Apertura

El diseño de un estándar no es una decisión neutral; la determinación de su grado de profundidad y su nivel de apertura arrastra consecuencias geopolíticas inmediatas sobre ese nuevo territorio integrado:

- **El estándar cerrado como herramienta de hegemonía:** Si un actor dominante (estatal o corporativo) impone interfaces propietarias y cerradas, restringe el acceso al ecosistema cislunar. Esto obliga al resto de la humanidad a actuar como clientes cautivos o a duplicar infraestructuras, fragmentando el espacio en bloques tecnológicos incompatibles y militarizables.
- **El estándar abierto como catalizador multilateral:** Por el contrario, un estándar abierto y profundo democratiza el espacio. Permite que un Estado mediano, una institución universitaria o una corporación especializada compitan o colaboren en un segmento específico sin tener que financiar la totalidad del sistema de transporte. La apertura diluye el oligopolio de las superpotencias y transforma la infraestructura en un bien público global.

4. Reducción drástica de las barreras de entrada y viabilidad financiera

La percepción generalizada de que la economía espacial pertenece al ámbito de la utopía deriva de un peaje de entrada irracional: la obligación de asumir el despliegue vertical de vectores, nodos, comunicaciones y marcos regulatorios antes de operar comercialmente.

Al proveer un *throughput* previsible, costes estables y predictibilidad operativa, la red con estándares abiertos absorbe el riesgo de la infraestructura base. Esto transforma proyectos de escala estatal en iniciativas comerciales viables y financiables por el mercado. El florecimiento actual de iniciativas emergentes (*startups*) demuestra que existe un interés latente; la red es el mecanismo de acoplamiento que transforma esa expectativa financiera en operaciones de la economía real, reduciendo drásticamente las barreras de capital iniciales.

5. Redefinición de "Establecimiento Permanente"

La historia de la astronáutica tradicional asocia el concepto de establecimiento permanente a hitos de infraestructura estática: plantas de hábitat, bases científicas tripuladas o misiones gubernamentales sostenidas por subsidios continuos. Esta es una visión incompleta y vulnerable a los vaivenes políticos de los presupuestos estatales.

El único "establecimiento permanente" real en la Luna es incorporarla definitivamente a las actividades económicas de la Humanidad.

La permanencia no se mide en toneladas de hardware militar o científico desplegado en la superficie, sino en el arraigo de flujos logísticos y comerciales autosustentables. Una base científica puede ser evacuada o desfinanciada; un mercado interconectado por una red logística bidireccional y abierta se vuelve irreversible. La red de estándares abiertos no busca simplemente sostener humanos en el vacío; busca fusionar el espacio cislunar con la estructura productiva global de la Tierra.

AVISO AL LECTOR — QUÉ ES ESTE DOCUMENTO Y QUÉ NO ES

ES: una teoría matemática axiomática sobre la estructura del régimen logístico Tierra-Luna — definiciones, axiomas, teoremas y demostraciones.

NO ES: una propuesta de arquitectura, un estudio de misión ni una evaluación de programa.

En consecuencia, este documento NO contiene — porque no es su objeto de estudio — estimaciones de costo, cronogramas de desarrollo, simulaciones de trayectoria ni análisis de riesgo de programa.

Si lo que buscás es evaluar una arquitectura concreta, este no es el documento que responde esa pregunta. Si lo que buscás es la estructura matemática que cualquier arquitectura de ese tipo debe satisfacer, seguí leyendo.

TEORÍA DEL RÉGIMEN LOGÍSTICO TIERRA–LUNA II

Para avanzar desde la descripción cualitativa hacia un marco analítico más riguroso, se introducen las siguientes definiciones y teoremas. Estos instrumentos permiten cuantificar la propagación de masa útil a través de una red segmentada y comparar de forma precisa el rendimiento de distintas arquitecturas.

INTRODUCCIÓN: DEFINICIONES ESTÁNDAR Y MARCO MATEMÁTICO

A continuación, se presentan las definiciones clásicas utilizadas en ingeniería aeroespacial para describir el rendimiento de un vehículo propulsado. Estas expresiones se incluyen como recordatorio para el lector y constituyen la base sobre la cual se desarrollará el análisis específico de sistemas reutilizables cis-lunares.

Fracción estructural (ε)

La fracción estructural se define como la relación entre la masa seca del vehículo y la suma de la masa seca y la masa de propelente:

$$\varepsilon = M_{seca} / (M_{seca} + M_{prop})$$

donde:

• ε = fracción estructural (adimensional, entre 0 y 1)

• M_{seca} = masa seca del vehículo (tanques, motores, estructura, sistemas)

• M_{prop} = masa de propelente

Valores bajos de ε indican una estructura ligera en comparación con el propelente, lo que implica un mejor rendimiento. Esta definición es estándar en el análisis de cohetes y etapas propulsivas.

Fracción de carga útil (λ)

La fracción de masa de carga útil se define como la relación entre la masa de la carga útil y la masa total del vehículo al inicio de una maniobra:

$$\lambda = M_payload / M_0$$

donde:

• λ = fracción de carga útil (adimensional, entre 0 y 1)

• M_payload = masa de la carga útil

• M_0 = masa total al inicio del tramo (estructura + propelente + carga útil)

Esta definición se utiliza ampliamente para comparar arquitecturas de vehículos y sistemas de propulsión. Es importante destacar que λ es una propiedad del vehículo, porque relaciona la carga útil con la masa total del vehículo al inicio de la maniobra.

Ecuación de Tsiolkovski

La relación entre el incremento de velocidad requerido y la razón de masas del vehículo viene dada por la ecuación de Tsiolkovski:

$\Delta V = g_0 \times Isp \times \ln(R)$

donde:

• ΔV = incremento de velocidad requerido

• g_0 = aceleración estándar de la gravedad

• Isp = impulso específico del motor

• R = razón de masas = m_0 / m_f

Esta ecuación establece que la razón de masas crece de forma exponencial con ΔV. En consecuencia, la masa de propelente necesaria para completar una maniobra aumenta de manera cada vez más agresiva a medida que el ΔV se incrementa.

INTERPRETACIÓN FÍSICA

La forma logarítmica de la ecuación de Tsiolkovski tiene implicaciones directas sobre el comportamiento del sistema:

1. La razón de masas R crece exponencialmente con ΔV.
2. La masa de propelente necesaria por tonelada de carga útil aumenta de manera acelerada a medida que ΔV se hace mayor.
3. La fracción de carga útil λ disminuye con ΔV, inicialmente de forma suave y posteriormente de manera más pronunciada.
4. Las diferencias de impulso específico Isp tienen un impacto limitado en ΔV moderados, pero su efecto se amplifica en ΔV altos. Sin embargo, incluso en ese régimen, el castigo exponencial afecta a todos los propelentes y las ventajas relativas se mantienen acotadas cuando la fracción estructural ε es la misma.

Estas observaciones permiten entender por qué ciertas intuiciones desarrolladas en misiones de ΔV muy altos (por ejemplo, interplanetarias) no se trasladan directamente a entornos cislunares, donde los ΔV son moderados y las penalizaciones estructurales y operativas juegan un papel determinante.

TRANSICIÓN HACIA LA DEFINICIÓN 1 — LA CAJA NEGRA

Un tramo es una caja negra que presenta dos fronteras. Nada más, nada menos.

Por una frontera ingresa una masa: M_inicio_i. Todo lo que entra a la caja.
Por la otra frontera sale una masa: $M_payload_i$. Todo lo que sale de la caja, contabilizado como flujo logístico del tramo.

Todo quiere decir exactamente eso: TODO. Vehículos, insumos, tripulación, instrumentos, repuestos, la guitarra que alguien decide llevarse a la Luna — cualquier objeto físico que atraviese la frontera de entrada o la de salida. Define un flujo de masa entre la entrada y la salida.

Esta distinción —entre lo que físicamente cruza la frontera y lo que se contabiliza como flujo del tramo— se precisa más adelante: para un vehículo reutilizable, su estructura cruza físicamente la frontera pero no se cuenta como flujo, porque el vehículo mismo es infraestructura permanente de la red, no carga en tránsito.

La concatenación de dos o más tramos —el acoplamiento entre la salida de un tramo y la entrada de otro— representa un segmento de la red. La red es la concatenación de todos los segmentos y tramos que la componen.

Toda esta teoría habla de ese objeto. En ningún caso las propiedades, los teoremas y los corolarios se aplican a un vehículo. No hablamos de cohetes. Hablamos del régimen logístico de una red logística.

Las definiciones estándar de ε y λ son útiles para describir etapas desechables y vehículos de misión única — pero describen el vehículo, no la caja. La caja negra que acabamos de definir requiere una magnitud operativa distinta, que incorpore explícitamente:

- la fracción estructural ε,
- la razón de masas R derivada de Tsiolkovski,
- la penalización acumulada por múltiples ciclos de operación,
- y la necesidad de comparar arquitecturas bajo condiciones logísticas realistas.

Por ello, se introduce a continuación la Definición 1, que formaliza la magnitud operativa que mide el flujo a través de esa caja — no las propiedades del vehículo que la atraviesa.

DEFINICIONES

DEFINICIÓN 1 — Eficiencia de un tramo

Se define la eficiencia η_i de un tramo ***i*** de una red logística como la fracción de masa que, partiendo del nodo de origen del tramo, llega al nodo de destino en forma de masa útil (payload):

$$\eta_i = M_payload_i / M_inicio_i$$

donde:

- M_inicio_i es la **masa total** al inicio del tramo (vehículo + propelente + payload)
- $M_payload_i$ es **la masa útil** entregada al final del tramo

Nota: *si la caja negra se aplica al reutilizable (Corolario 1 del Teorema 2), M_inicio_i representa el flujo logístico del tramo, no la masa física total que cruza la frontera — ver la distinción establecida arriba.*

Observación: Esta definición establece el concepto general de eficiencia de un tramo i de una red logística. Es aplicable a cualquier tramo de la red, independientemente de si el vehículo es desechable o reutilizable. La magnitud η_i es nueva en la literatura: mientras λ describe vehículos, η_i describe tramos de una red logística y permite analizar arquitecturas reutilizables y modos operativos complejos. Esta distinción se mantiene oculta en los primeros casos que siguen —de hecho, en el Teorema 1 coincide numéricamente con λ— y se vuelve visible recién a partir del Teorema 4, donde la recursión logística separa ambas magnitudes.

DEFINICIÓN 2 — Eficiencia total de una red logística segmentada

Para una red compuesta por *n* tramos en serie, la eficiencia total de conversión de masa desde el origen hasta el destino es el producto de las eficiencias de cada tramo:

$$\eta_{total} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times \ldots \times \eta_n$$

o, en notación abreviada:

$$\eta_{total} = \prod \eta_i \text{ (productoria desde } i = 1 \text{ hasta } i = n)$$

Observación:

Esta expresión no es una hipótesis ni una aproximación. Es una identidad exacta que se deriva de la conservación de la masa en sistemas en serie, donde la masa que sale de un tramo es la misma que entra en el siguiente. No requiere demostración adicional: es la definición operativa de cómo se propaga la masa a través de una red logística segmentada.

Determinación de la eficiencia de un tramo

Las Definiciones 1 y 2 establecen el concepto general de eficiencia de un tramo y el modo en que las eficiencias individuales se propagan a través de una red logística. Sin embargo, la determinación de la eficiencia de un tramo depende del modo en que dicho tramo es servido.

Existen dos formas fundamentales de prestar un servicio logístico entre dos nodos de una red.

A) Tramo servido por un vehículo desechable

En un vehículo desechable, toda la masa presente al inicio del tramo forma parte del flujo logístico. La estructura del vehículo se pierde al finalizar la operación y, por tanto, debe considerarse parte de la masa transportada.

En consecuencia,

$$\mathbf{M_inicio_i = M_{si} + M_{pi} + M_payload_i}$$

Donde $\mathbf{M_s}$ es la masa seca del vehículo y $\mathbf{M_p}$ es la masa de propelente del vehículo**,** y la eficiencia del tramo puede calcularse directamente mediante la Definición 1.

La expresión analítica correspondiente se desarrolla en el **Teorema 1**.

B) Tramo servido por un vehículo reutilizable

El vehículo (lander o tug), al ser reutilizable, deja de formar parte del flujo logístico y pasa a constituir una infraestructura que, en el marco de esta teoría, se considera permanente dentro del sistema. En consecuencia, la eficiencia del tramo no debe evaluarse respecto a la masa total del vehículo, sino respecto a la masa que debe reponerse para que el vehículo pueda iniciar un nuevo ciclo operativo.

Existen dos modos fundamentales de operación:

B.1) Ciclo cerrado

El vehículo transporta desde el nodo de origen todo el propelente necesario para completar el ciclo y regresar a su posición inicial. Parte de la capacidad del vehículo queda, por tanto, reservada para el propelente de retorno, reduciendo la carga útil transportable.

Este caso se desarrolla en el **Teorema 2**.

B.2) Ciclo abierto

El vehículo transporta únicamente el propelente necesario para completar el tramo de ida. El propelente requerido para el retorno se obtiene posteriormente mediante otra operación logística independiente.

Dentro de este régimen se distinguen dos casos fundamentales:

- **Ciclo abierto sin recursión logística**

El recurso necesario para el regreso se encuentra disponible en el nodo de destino y su obtención no requiere operaciones adicionales del propio sistema. El caso más representativo corresponde al reabastecimiento mediante producción local de propelente (ISRU).

Este régimen se desarrolla en el **Teorema 3**.

• Ciclo abierto con recursión logística

El recurso necesario para el regreso debe ser transportado hasta el nodo de destino mediante viajes adicionales del propio sistema. Como consecuencia, aparece una recursión logística que modifica la eficiencia del tramo.

Este régimen se desarrolla en el **Teorema 4**.

TEOREMAS - Terminología adoptada

Antes de desarrollar los teoremas de la presente teoría, conviene precisar la terminología adoptada para describir las distintas masas que circulan a través de una red logística. La distinción entre estos conceptos resulta esencial para interpretar correctamente los desarrollos matemáticos que se presentan en las secciones siguientes.

Capacidad máxima de transporte (P)

En la presente teoría se distingue entre la **masa física** de un objeto y la **capacidad logística de transporte** de un vehículo.

Las magnitudes de masa se representan mediante el símbolo **M** (por ejemplo: M_s, M_p, M_payload, M_inicio, M_final) y describen masas físicas concretas que intervienen en la ecuación de Tsiolkovski.

Se define **P** como la capacidad máxima de transporte de un vehículo durante un determinado tramo, expresada como una masa, bajo las condiciones establecidas para el tramo y el régimen logístico considerados.

Las magnitudes **P**, **Pnet**, **Pop** y **Pf** no representan masas distintas, sino la utilización de la **capacidad máxima de transporte (payload)** del vehículo dentro del régimen logístico. En consecuencia, describen la función logística que desempeña la masa transportada y no su naturaleza física.

La capacidad **P** puede destinarse indistintamente al transporte de carga neta, carga operativa o cualquier combinación de ambas.

Carga neta (P_{net})

Se define **(P_{net})** como **carga neta** la masa que constituye el objetivo final de la red logística y que es entregada efectivamente al destinatario para satisfacer una necesidad externa al propio sistema logístico.

La carga neta representa la razón de ser de la red y constituye el producto final del transporte.

Carga operativa (P_{op})

Se define **(P_{op})** como **carga operativa** la masa que debe ser transportada para garantizar el funcionamiento y sostenimiento de la propia red logística.

Incluye, entre otros, propelentes, materias primas para procesos ISRU (como carbono y nitrógeno), consumibles de operación y, en modelos más detallados, repuestos, lubricantes, componentes de mantenimiento o cualquier otro insumo necesario para sostener el régimen logístico.

En particular y para facilitar la comprensión al lector, el mismo concepto **(P_{op})** podrá expresarse alternativamente como **(P_f)** si esta carga operativa se corresponde con propelentes (fuel).

Relación entre los conceptos

La capacidad máxima de transporte de un vehículo puede emplearse íntegra o parcialmente para transportar carga neta, carga operativa o ambas simultáneamente.

En consecuencia:

$$\mathbf{P = \text{Carga neta} + \text{Carga operativa} = (P_{net}) + (P_{op})}$$

TEOREMA 1 — Eficiencia de un tramo servido por un vehículo desechable

Enunciado:

Para un tramo de una red logística servido por un vehículo desechable, con fracción estructural **ε** y relación de masas **R** determinada por la ecuación de Tsiolkovski, la eficiencia del tramo está dada por:

$$\eta = (1 - R \times \varepsilon) / [\, R \times (1 - \varepsilon) \,]$$

donde:

$$R = \exp(\Delta v / (Isp \times g_0))$$

Variables:

Símbolo	Descripción	Unidades
η	Eficiencia del tramo	Adimensional
ε	Fracción estructural del vehículo*	Adimensional

Símbolo	Descripción	Unidades
R	Relación de masas de Tsiolkovski	Adimensional
Δv	Requisito de velocidad del tramo	m/s
Isp	Impulso específico del motor	s
g_0	Aceleración estándar de la gravedad	9,80665 m/s²

*Nota: **$\varepsilon = M_s/(M_s+M_p)$**, es decir, la relación entre la masa seca del vehículo y la suma de la masa seca y la masa de propelente.

Demostración:

Partimos de la definición de eficiencia de tramo (Definición 1):

η = M_payload / M_inicio

donde el balance de masas inicial y final viene dado por:

M_inicio = M_s + M_p + M_payload
M_final = M_s + M_payload

La ecuación de Tsiolkovski establece la relación entre ambas masas a través de R:
M_inicio / M_final = R

(M_s + M_p + M_payload) / (M_s + M_payload) = R

Por otra parte, a partir de la definición de la fracción estructural $\varepsilon = M_s / (M_s + M_p)$, podemos despejar la masa seca en función de la masa de propelente consumida:

M_s = [ε / (1 − ε)] x M_p

Sustituyendo M_s en la relación de Tsiolkovski, agrupamos y despejamos la masa de carga útil M_payload en función de M_p y de la restricción física R:

M_payload = M_p x (1 − R x ε) / [(R − 1) x (1 − ε)]

Para hacer explícito el desarrollo algebraico antes de la cancelación final, abrimos la ecuación sustituyendo M_payload y M_s en la definición original de masa inicial (M_inicio = M_s + M_p + M_payload):

M_inicio = ([ε/(1−ε)] × M_p) + M_p + (M_p × (1 − Rε) / [(R−1)(1−ε)])

Sacando factor común M_p y simplificando las fracciones mediante común denominador, la masa inicial se reduce a:

$M_inicio = M_p \times [R / (R - 1)]$

Finalmente, al aplicar la Definición 1 ($\eta = M_payload / M_inicio$), el factor de común M_p y el denominador $(R - 1)$ se cancelan limpiamente en el cociente, se optiene de forma directa al resultado del tramo:

$\eta = (1 - R \times \varepsilon) / [R \times (1 - \varepsilon)]$

Q.E.D.

Condiciones de validez:

- El vehículo es desechable (no regresa al nodo de origen).
- Todo el propelente se consume en el tramo.
- La masa seca del vehículo se pierde al final del tramo.

OBSERVACIÓN 1 — Coincidencia entre λ y η en un tramo servido por un vehículo desechable

Las definiciones de la fracción de carga útil **λ** y de la eficiencia de tramo **η** son, en apariencia, equivalentes:

$\lambda = M_payload / m_0$

$\eta = M_payload / M_inicio$

Para un tramo servido por un vehículo desechable, la masa inicial del tramo es exactamente la masa total del vehículo al inicio de la maniobra:

$m_0 = M_inicio = M_s + M_p + M_payload$

Por lo tanto, en este caso particular:

$\lambda = \eta$

Es importante remarcar que esta coincidencia numérica no implica que λ y η sean conceptos idénticos. La fracción de carga útil λ es una propiedad del vehículo: expresa qué parte de la masa inicial del vehículo corresponde a carga útil. En cambio, la eficiencia de tramo η es una propiedad del tramo dentro de la red logística: expresa qué parte de la masa que sale del nodo de origen llega al nodo de destino como carga útil.

El Teorema 1 no introduce una cantidad distinta de λ, sino que toma la definición de eficiencia de tramo:

η = M_payload / M_inicio

y la expresa en función de las restricciones físicas del tramo (Δv, Isp, R) y de la fracción estructural ε del vehículo desechable:

η = (1 − R·ε) / (R·(1 − ε))

Cuando los valores de M_payload y m_0 se calculan de manera físicamente consistente con Tsiolkovski y con la fracción estructural ε, el valor numérico de η coincide exactamente con el valor de λ. La igualdad se rompe únicamente cuando los datos de entrada no satisfacen las condiciones del Teorema 1 (por ejemplo, cuando el payload o la masa inicial provienen de una arquitectura que no consume todo el propelente o no es estrictamente desechable).

Esta situación es análoga a la relación entre el kilogramo masa y el kilogramo fuerza: en un campo gravitatorio de intensidad g ambos dan el mismo número, pero representan conceptos distintos.

OBSERVACIÓN 2 — La naturaleza exponencial del costo de Δv

Antes de continuar con el desarrollo, conviene señalar por qué la segmentación del Δv no es una preferencia de ingeniería, sino una consecuencia obligada de la forma matemática de la ecuación de Tsiolkovski.

La ecuación de Tsiolkovski puede reescribirse como:

M_{final} / $M_{inicial}$ = e^(−Δv/c), con c = Isp·g_0

El término e^(−Δv/c) representa la fracción de masa que sobrevive después de proveer un incremento de velocidad Δv. Esta fracción no decrece de forma lineal con Δv: decrece de forma **proporcional a lo que resta en cada instante**, exactamente como el decaimiento radiactivo o el interés compuesto. Cada metro por segundo adicional de Δv no cuesta una cantidad fija de masa — cuesta un porcentaje fijo de la masa que aún queda. La consecuencia directa es que dos incrementos de Δv/2 aplicados en secuencia, cada uno partiendo de una base repuesta, **no** equivalen a un único incremento de Δv:

e^(−Δv/c) ≠ 2·e^(−(Δv/2)/c) − 1; en cambio, e^(−Δv/c) = [e^(−(Δv/2)/c)]²

La masa que sobrevive a un Δv grande cae multiplicativamente, no aditivamente.

Sobre esta cantidad —que decrece exponencialmente— se superpone la fracción estructural ε, que es una magnitud *constante*: no decrece con Δv, es una decisión de diseño fija del vehículo. La eficiencia de un tramo puede escribirse, a partir del Teorema 1, como:

η(Δv) = [e^(−Δv/c) − ε] / (1 − ε)

Esta forma deja a la vista un mecanismo central de toda la teoría: η es la diferencia entre una cantidad que decae exponencialmente con Δv y una constante que no decae en absoluto. Mientras la primera se mantenga por encima de la segunda, el vehículo

transporta carga útil. En el momento en que el decaimiento exponencial cruza por debajo del valor fijo de ε, η se vuelve negativo, y el vehículo deja de existir como transportador de carga —no de forma gradual, sino como un umbral (véase Corolario 2, Teorema 2, $\varepsilon_{crit} = 1/R$).

Esta asimetría —lo que decae exponencial contra lo que permanece constante— es la razón última por la cual una arquitectura de misión, que exige a un único vehículo proveer la totalidad del Δv acumulado sin reposición, se aproxima inevitablemente a ese umbral a medida que la misión se vuelve más ambiciosa. Y es la razón por la cual segmentar el Δv mediante nodos de reabastecimiento y vehículos especializados —el objeto central de esta teoría— no es una optimización incremental, sino la única forma de mantener el sistema del lado correcto del umbral, indefinidamente.

TEOREMA 2 — Carga útil máxima de un vehículo reutilizable en ciclo cerrado (sin reabastecimiento)

Enunciado

Dado un vehículo reutilizable (lander), con masa estructural $\mathbf{M_s}$, capacidad de propelente $\mathbf{M_p}$, impulso específico $\mathbf{I_{sp}}$, que opera entre dos nodos con delta V de ida $\mathbf{\Delta v_1}$ (transportando carga útil) y delta V de vuelta $\mathbf{\Delta v_2}$ (sin carga útil), sin reabastecimiento en el nodo intermedio, la carga útil máxima **P** que puede transportar por ciclo en el trayecto de ida y regresar vacío al nodo de origen está dada por la siguiente expresión

$$\mathbf{P = (M_p - R_1 \times M_{p2}) / (R_1 - 1) - M_s}$$

donde:

$$\mathbf{M_{p2} = M_s \times (e^{(\Delta v_2 / c)} - 1)}$$

$$\mathbf{R_1 = e^{(\Delta v_1 / c)}}$$

$$\mathbf{c = I_{sp} \times g_0}$$

Demostración

1. Trayecto de vuelta sin carga útil (vacío)

Para determinar la carga útil máxima del trayecto de ida es necesario conocer previamente el propelente que debe reservarse para completar el trayecto de vuelta.

El vehículo regresa desde el nodo de destino al nodo de origen sin carga útil. Su masa al inicio del trayecto de vuelta es $\mathbf{M_s + M_{p2}}$, donde $\mathbf{M_{p2}}$ es el propelente necesario para completar dicho trayecto. Su masa al finalizar el trayecto es $\mathbf{M_s}$.

Por la ecuación de Tsiolkovski:

$$\Delta v_2 = c \times \ln((M_s + M_{p2}) / M_s)$$

Despejando:

$$e^{(\Delta v_2 / c)} = (M_s + M_{p2}) / M_s$$

$$M_{p2} = M_s \times (e^{(\Delta v_2 / c)} - 1)$$

---

2. Trayecto de ida con carga útil

El vehículo parte del nodo de origen con una masa total:

$$M_0 = M_s + M_p + P$$

donde M_p es el propelente total disponible (tanques llenos) y **P** es la carga útil que transporta durante el trayecto de ida.

Al llegar al nodo de destino, ha consumido M_{p1} durante el trayecto de ida, por lo que su masa final es:

$$M_f = M_s + P + M_{p2}$$

donde M_{p2} es el propelente reservado para completar el trayecto de vuelta.

Por la ecuación de Tsiolkovski aplicada al trayecto de ida:

$$\Delta v_1 = c \times \ln((M_s + M_p + P) / (M_s + P + M_{p2}))$$

---

3. Relación de masas

Definimos:

$$R_1 = e^{(\Delta v_1 / c)}$$

Entonces:

$$(M_s + M_p + P) / (M_s + P + M_{p2}) = R_1$$

---

4. Despeje de P

Multiplicamos:

$$M_s + M_p + P = R_1 \times (M_s + P + M_{p2})$$

Desarrollamos:

$$M_s + M_p + P = R_1 \times M_s + R_1 \times P + R_1 \times M_{p2}$$

Agrupamos términos con **P**:

$$P - R_1 \times P = R_1 \times M_s - M_s + R_1 \times M_{p2} - M_p$$

$$P \times (1 - R_1) = M_s \times (R_1 - 1) + R_1 \times M_{p2} - M_p$$

Multiplicamos por −1:

$$P \times (R_1 - 1) = M_p - R_1 \times M_{p2} - M_s \times (R_1 - 1)$$

Despejamos:

$$P = (M_p - R_1 \times M_{p2}) / (R_1 - 1) - M_s$$

Conclusión del Teorema 2

El Teorema 2 proporciona una expresión cerrada y general para la carga útil máxima que un lander puede transportar en un ciclo cerrado LLO ↔ SUP sin reabastecimiento en superficie. Depende exclusivamente de:

- la masa estructural M_s
- la capacidad de propelente M_p
- los delta-v de descenso y ascenso (Δv_1, Δv_2)
- el impulso específico I_{sp}

Condición de existencia

El teorema es válido si y solo si:

$$P \geq 0$$

Si $P < 0$, el vehículo no puede realizar el ciclo completo con carga útil positiva. En ese caso, el sistema requiere reabastecimiento en el nodo de destino o una reducción de la masa estructural.

Aplicabilidad del teorema

Aunque el resultado es válido para cualquier vehículo reutilizable que opere en ciclo cerrado entre dos nodos, en el presente trabajo su principal aplicación corresponde al análisis de un lander que opera entre una órbita lunar (LLO, NRHO u otra órbita equivalente) y la superficie lunar.

Observación: Interpretación física del resultado

El Teorema 2 pone de manifiesto una propiedad fundamental de los vehículos reutilizables en ciclo cerrado: antes de transportar cualquier carga útil, el vehículo debe reservar parte de su capacidad de propelente para garantizar el regreso al nodo de origen.

En consecuencia, la capacidad de transporte disponible no depende únicamente del trayecto de ida, sino también de las exigencias energéticas del trayecto de vuelta.

Esta dependencia constituye una diferencia esencial respecto a los vehículos desechables estudiados en el Teorema 1.

COROLARIO 1 DEL TEOREMA 2 — Eficiencia de un tramo servido por un vehículo reutilizable en ciclo cerrado

Enunciado

Para un vehículo reutilizable que opera en ciclo cerrado, la eficiencia del tramo viene dada por la relación entre la carga útil transportada y la masa total del flujo logístico que debe atravesar el tramo durante cada ciclo.

Como la estructura del vehículo constituye una infraestructura que, en el marco de esta teoría, se considera permanente dentro del sistema, dicha masa no forma parte del flujo logístico del tramo. En consecuencia:

$$\eta_{cc} = P / (P + M_{p1} + M_{p2})$$

donde:

- **P** es la carga útil transportada.
- M_{p1} es el propelente consumido durante el trayecto de ida.
- M_{p2} es el propelente reservado para completar el trayecto de vuelta.

Demostración

Por la **Definición 1**, la eficiencia de un tramo está dada por:

$$\eta = M_payload / M_inicio$$

En un vehículo reutilizable que opera en ciclo cerrado, el flujo logístico del tramo está constituido únicamente por la carga útil y el propelente consumible necesario para completar el ciclo. La masa estructural del vehículo no forma parte de dicho flujo, ya que constituye una infraestructura permanente del sistema.

Por definición del flujo logístico del tramo:$M_inicio = P + M_{p1} + M_{p2}$

Sustituyendo esta expresión en la Definición 1, se obtiene:

$$\eta_{cc} = P / (P + M_{p1} + M_{p2})$$

Q.E.D.

COROLARIO 2 DEL TEOREMA 2 — Fracción estructural crítica para un tug reutilizable en ciclo cerrado

Enunciado

Considérese un tug espacial reutilizable, de propulsión química, impulso específico Isp y fracción estructural constante $\varepsilon = M_s/(M_s+M_p)$, que debe completar un ciclo cerrado (por ejemplo, LEO → NRHO → LEO) sin repostaje intermedio, con el mismo Δv en ambos tramos del ciclo.

Sea $R = \exp(\Delta v/(Isp \cdot g0))$ la razón de masas correspondiente a un trayecto.

La carga útil máxima transportable por este vehículo, según el Teorema 2, es:

$P = K \times M_s$, donde $K = [(1-\varepsilon)/\varepsilon - R(R-1)] / (R-1) - 1$

Condición de existencia

Como la masa seca debe ser necesariamente positiva ($M_s > 0$) para transportar una carga útil positiva ($P > 0$), se requiere $K > 0$. Si $K \leq 0$, la ecuación exigiría $M_s = P/K < 0$, sin significado físico.

Desarrollando la desigualdad $K > 0$:

$$\varepsilon_{crit} = 1/R^2$$

Esta expresión define la **fracción estructural crítica** máxima compatible con la existencia física del vehículo: por encima de este valor, ningún tug de ese Δv e Isp puede transportar carga útil positiva en ciclo cerrado, sin importar cuán grande se lo construya.

Caso de estudio

Para Isp = 450 s y Δv = 4.000 m/s (por tramo): $R \approx 2{,}47$

$\varepsilon_crit = 1 / 2{,}47^2 = 1 / 6{,}1009 \approx 0{,}164$

Condiciones de validez

1. El vehículo opera en ciclo cerrado estricto (Teorema 2): transporta desde el origen todo el propelente necesario para el trayecto de ida y de vuelta, sin reabastecimiento intermedio.
2. Se asume el mismo Δv para el tramo de ida y el de vuelta. Si los Δv difieren (como puede ocurrir por asimetrías del tránsito orbital real), el corolario debe

generalizarse sustituyendo R por R_1 y R_2 independientes en la expresión original del Teorema 2, antes de despejar ε.

3. ε, Isp y Δv se mantienen constantes durante el ciclo completo.

Observación

Este resultado no depende de la escala del vehículo: K es adimensional y depende únicamente de ε, Δv e Isp. Por tanto, ningún aumento de tamaño puede compensar una fracción estructural por encima del umbral crítico —a diferencia del régimen de ciclo abierto (Corolario 2 del Teorema 3), donde la eficiencia tampoco depende de la escala pero sí existe una solución física para cualquier ε ∈ (0,1). En ciclo cerrado, superar ε_{crit} no es una penalización de rendimiento: es la inexistencia física del vehículo como transportador de carga.

TEOREMA 3 — Carga útil máxima de un vehículo reutilizable en ciclo abierto (reabastecimiento en el nodo de destino)

Enunciado

Dado un vehículo reutilizable (lander), con masa estructural $\mathbf{M_s}$, capacidad de propelente $\mathbf{M_p}$ e impulso específico $\mathbf{I_{sp}}$, que opera entre dos nodos con un delta V de ida $\mathbf{\Delta v_1}$, transportando carga útil, y cuyo propelente para el trayecto de vuelta se obtiene mediante reabastecimiento en el nodo de destino, la carga útil máxima **P** que puede transportar por ciclo durante el trayecto de ida está dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{P = M_p / (R1 - 1) - M_s}$$

donde:

$\mathbf{c = I_{sp} \times g_0}$

R1 = e^(Δv1 / c)

$\mathbf{M_s}$ es la masa estructural del vehículo

$\mathbf{M_p}$ es la capacidad total de propelente del vehículo

$\mathbf{\Delta v_1}$ es el delta V del trayecto de ida.

Demostración

1. Masa al inicio del descenso (LLO)

El vehículo parte del nodo de origen con una masa total:

$\mathbf{M_0 = M_s + M_p + P}$

donde $\mathbf{M_p}$ es el propelente total disponible (tanques llenos) y **P** es la carga útil que transporta durante el trayecto de ida.

2. Masa al final del descenso (SUP)

Al llegar al nodo de destino, ha consumido completamente el propelente ($\mathbf{M_p}$) transportado para dicho trayecto. Su masa final es:

$$\mathbf{M_f = M_s + P}$$

3. Ecuación de Tsiolkovski aplicada al trayecto de ida

$$\mathbf{\Delta v_1 = c \times \ln((M_s + M_p + P) / (M_s + P))}$$

4. Despeje de P

Aplicando exponencial:

$$\mathbf{(M_s + M_p + P) / (M_s + P) = e^{(\Delta v_1 / c)}}$$

Llamamos:

$\mathbf{R_1 = e^{(\Delta v_1 / c)}}$.

Entonces:

$$\mathbf{(M_s + M_p + P) / (M_s + P) = R_1}$$

Multiplicamos por (M_s + P):

$$\mathbf{M_s + M_p + P = R_1 \times (M_s + P)}$$

Desarrollamos:

$$\mathbf{M_s + M_p + P = R_1 \times M_s + R_1 \times P}$$

Agrupamos términos con **P**:

$$\mathbf{P - R_1 \times P = R_1 \times M_s - M_s - M_p}$$

$$\mathbf{P \times (1 - R_1) = M_s \times (R_1 - 1) - M_p}$$

Multiplicamos por −1:

$$\mathbf{P \times (R_1 - 1) = M_p - M_s \times (R_1 - 1)}$$

Despejamos:

$$\mathbf{P = M_p / (R_1 - 1) - M_s}$$

Donde:

$\mathbf{R_1}$ = $\mathbf{e^{(\Delta v_1 / c)}}$.

$$c = I_{sp} \times g_0$$

Q.E.D.

Conclusión del Teorema 3

El Teorema 3 proporciona una expresión cerrada y general para calcular la carga útil máxima que un vehículo reutilizable puede transportar durante el trayecto de ida cuando opera en ciclo abierto.

La expresión depende exclusivamente de:

- la masa estructural $\mathbf{M_s}$;
- la capacidad de propelente $\mathbf{M_p}$;
- el delta V del trayecto de ida $\mathbf{\Delta v_1}$;
- el impulso específico $\mathbf{I_{sp}}$.

Condición de existencia

El teorema es válido si y solo si:

$$P \geq 0$$

Si $P < 0$, el vehículo no puede transportar carga útil positiva en el trayecto de ida. En ese caso, el sistema requiere una reducción del delta V del tramo, una disminución de la masa estructural, un incremento de la capacidad de propelente o una mejora del impulso específico del vehículo.

Condiciones de validez

- El vehículo es reutilizable y opera en **ciclo abierto**.
- El vehículo inicia el trayecto de ida con los tanques completamente llenos.
- Todo el propelente transportado para el trayecto de ida se consume durante dicho trayecto.
- El propelente necesario para el trayecto de vuelta se obtiene mediante una operación logística independiente en el nodo de destino.
- El vehículo no transporta desde el nodo de origen el propelente necesario para el trayecto de vuelta.

Aplicabilidad del teorema

El presente teorema es aplicable a cualquier vehículo reutilizable que opere en ciclo abierto, es decir, cuando el propelente necesario para el trayecto de vuelta se obtiene mediante una operación logística independiente y no forma parte del flujo logístico del trayecto de ida.

En el marco de esta teoría, su aplicación principal corresponde al tramo entre una órbita lunar (LLO, NRHO u otra órbita operacional) y la superficie lunar, cuando el propelente de retorno es producido localmente mediante ISRU.

COROLARIO 1 DEL TEOREMA 3 — Eficiencia de un tramo servido por un vehículo reutilizable en ciclo abierto

Enunciado

Para un vehículo reutilizable que opera en ciclo abierto, la eficiencia del tramo viene dada por la relación entre la carga útil transportada y la masa total del flujo logístico que debe atravesar el tramo durante el trayecto de ida.

Como la estructura del vehículo constituye una infraestructura que, en el marco de esta teoría, se considera permanente dentro del sistema, y el propelente necesario para el trayecto de vuelta se obtiene mediante una operación logística independiente, ninguno de ellos forma parte del flujo logístico del trayecto de ida.

En consecuencia:

$$\eta_{ca} = P / (P + M_p)$$

donde:

- **P** es la carga útil transportada.
- M_p es el propelente consumido durante el trayecto de ida.

Demostración

Por la **Definición 1**, la eficiencia de un tramo está dada por:

$$\eta = M_payload / M_inicio$$

En un vehículo reutilizable que opera en ciclo abierto, el flujo logístico del trayecto de ida está constituido únicamente por la carga útil y el propelente consumido durante dicho trayecto.

La masa estructural del vehículo no forma parte del flujo logístico, ya que constituye una infraestructura permanente del sistema. Del mismo modo, el propelente necesario para el trayecto de vuelta tampoco forma parte del flujo del tramo, puesto que se obtiene posteriormente mediante una operación logística independiente.

Por tanto:

$M_inicio = P + M_p$

Sustituyendo esta expresión en la Definición 1, se obtiene:

$$\eta_{ca} = P / (P + M_p)$$

Q.E.D.

COROLARIO 2 DEL TEOREMA 3 — Invarianza de la eficiencia logística η_{ca} ante cambios de escala del vehículo

Enunciado

Dado un conjunto de vehículos reutilizables que operan en ciclo abierto que cumplen las siguientes condiciones:

- misma fracción estructural **ε**
- mismo impulso específico I_{sp}
- mismo delta V del trayecto de ida Δv_1

entonces η_{ca} (eficiencia del tramo LLO → SUP con ISRU en superficie)
es **invariante** ante cambios de escala del vehículo, es decir, no depende de los valores absolutos de M_s y M_p, sino únicamente de su relación M_p / M_s.

Demostración

Partimos del Teorema 3:

$$P = M_p / (R_1 - 1) - M_s$$

$$\eta_{ca} = P / (M_p + P)$$

Sustituyendo P en la expresión de η_3:

$$\eta_{ca} = [M_p / (R_1 - 1) - M_s] / [M_p + M_p / (R_1 - 1) - M_s]$$

Multiplicamos numerador y denominador por $(R_1 - 1)$:

$$\eta_{ca} = [M_p - M_s \times (R_1 - 1)] / [M_p \times (R_1 - 1) + M_p - M_s \times (R_1 - 1)]$$

Simplificamos el denominador:

$$\eta_{ca} = [\ M_p - M_s \times (R_1 - 1)\ ] / [\ M_p \times R_1 - M_s \times (R_1 - 1)\ ]$$

Dividimos numerador y denominador por M_s:

$$\eta_{ca} = [\ (M_p / M_s) - (R_1 - 1)\ ] / [\ (M_p / M_s) \cdot R_1 - (R_1 - 1)\ ]$$

Definimos:

$$k = M_p / M_s.$$

Entonces:

$$\eta_{ca} = [\ k - (R_1 - 1)\ ] / [\ k \times R_1 - (R_1 - 1)\ ]$$

La expresión resultante depende únicamente de **k** y de R_1.

Como:

- **k** está determinado por **ε** (fracción estructural)
- R_1 está determinado por I_{sp} y Δv_1

Entonces η_{ca} no depende de la escala del lander.

QED

Conclusión operativa

En un régimen logístico de ciclo abierto, la eficiencia del tramo no mejora ni empeora al modificar la escala del vehículo, siempre que se mantengan constantes la fracción estructural, el impulso específico y el delta V del trayecto de ida.

En consecuencia, el dimensionamiento del vehículo puede responder a criterios operativos, de fiabilidad, capacidad, cadencia o costes, sin alterar la eficiencia logística intrínseca del tramo.

Aplicación particular

En el marco de la presente teoría, este resultado se aplica al transporte entre una órbita lunar y la superficie mediante un lander reutilizable cuando el propelente de retorno es producido localmente mediante ISRU.

Esto implica que:

- El dimensionamiento del lander no afecta el rendimiento logístico del sistema, siempre que el reabastecimiento en superficie sea 100% ISRU.

- La decisión de usar un lander más grande o más pequeño debe basarse en otros criterios (operativos, de fiabilidad, cadencia de lanzamientos, etc.), no en la eficiencia del tramo.

Verificación numérica

Lander	M_s (t)	M_p (t)	P (t)	η_{ca}
Modelo 2	7,16	20,38	19,38	48,73%
Modelo 1	13,57	38,63	36,74	48,73%
Escala ×2	14,32	40,76	38,76	48,74%
Escala ×0,5	3,58	10,19	9,69	48,74%

TEOREMA 4 — Eficiencia de un tramo servido por un vehículo reutilizable en ciclo abierto, sin ISRU, con depósito en superficie

En el presente teorema, se entiende por ciclo de carga la secuencia completa de operaciones en la que un **lander** desciende desde el nodo orbital transportando una carga **P** hasta la superficie, es posteriormente reabastecido y regresa vacío al nodo orbital, restableciendo las condiciones iniciales del sistema para iniciar un nuevo ciclo.

Los viajes de reabastecimiento $\mathbf{V_f}$ se consideran fracciones ideales de este ciclo de referencia, representadas mediante el valor medio $\mathbf{N_{Vf}}$ que expresa el número de viajes de reabastecimiento necesario por cada ciclo de carga en régimen estacionario. Cada viaje de reabastecimiento constituye un ciclo idéntico al viaje de carga, diferenciándose únicamente en que la capacidad de transporte **P** se emplea íntegramente para transportar propelente.

Enunciado

Dado un vehículo reutilizable (lander) que opera entre un nodo orbital (LLO/NRHO) y la superficie lunar, con masa estructural $\mathbf{M_s}$ y capacidad de propelente $\mathbf{M_p}$, que en cada viaje de carga consume la totalidad de su propelente durante el descenso, y que, al no existir producción local (ISRU = 0), debe reabastecer su propelente de ascenso mediante viajes adicionales del mismo vehículo que traen propelente desde el nodo orbital hasta un depósito en superficie, la eficiencia del tramo está dada por:

$$\eta_{cs} = P / (P + M_p \times (1 + N_{Vf}))$$

donde:

$$N_{Vf} = M_{p2} / (P - M_{p2})$$

y **P** es la **capacidad máxima de transporte** por viaje (Teorema 3) y M_{p2} el propelente necesario para que el vehículo complete el trayecto de regreso vacío al nodo orbital (Teorema 2).

Variables

Símbolo	Descripción	Unidades
η_{cs}	Eficiencia del tramo (ciclo abierto sin ISRU)	Adimensional
P	Capacidad máxima de transporte (Teorema 3)	t
M_p	Capacidad de propelente del lander	t
M_{p2}	Propelente de ascenso vacío (Teorema 2)	t
N_{Vf}	Viajes de reabastecimiento de propelente por ciclo de carga	Adimensional

Demostración

1. Capacidad máxima de transporte por viaje

Cada viaje del lander —transporte carga neta o propelente— consume la totalidad de M_p durante el descenso, según el Teorema 3:

$$P = M_p / (R_1 - 1) - M_s$$

Esta es la masa máxima que el lander puede entregar en superficie por viaje, sea como carga neta **(P_{net})** o como propelente destinado al depósito de superficie **(P_f)**.

2. Propelente de ascenso vacío

Todo lander que llega a la superficie tras consumir completamente el propelente del descenso necesita M_{p2} para regresar vacío al nodo orbital, según el Teorema 2:

$$M_{p2} = M_s \times (e^{(\Delta v_ascenso/c)} - 1)$$

3. El problema de la recursión

Como ISRU = 0, ese M_{p2} no puede producirse en superficie: debe extraerse del depósito de superficie, alimentado por los propios viajes V_f. Pero cada viaje V_f es, físicamente, un descenso idéntico al de un ciclo de carga neta **(V_p)**, también consume todo M_p y también llega vacío, por lo que también necesita M_{p2} para regresar. En

consecuencia, el propelente que aportan los N_{Vf} viajes debe cubrir no solo el M_{p2} del lander de carga, sino el M_{p2} de cada uno de los propios viajes N_{Vf}.

4. Balance de propelente en estado estacionario

Sea N_{Vf} el número de viajes de reabastecimiento por cada ciclo de carga. El propelente total entregado al depósito es $N_{Vf} \times P$. El propelente total consumido en ascensos es $(1 + N_{Vf}) \times M_{p2}$, el "1" corresponde al lander de carga, y N_{Vf} a los propios viajes de reabastecimiento.

En equilibrio:

$$N_{Vf} \times P = M_{p2} \times (1 + N_{Vf})$$

5. Despeje de N_{Vf}

$$N_{Vf} \times P - N_{Vf} \times M_{p2} = M_{p2}$$
$$N_{Vf} \times (P - M_{p2}) = M_{p2}$$
$$N_{Vf} = M_{p2} / (P - M_{p2})$$

6. Propelente total consumido en LLO por ciclo

Cada viaje —de carga o de reabastecimiento— consume M_p en su propio descenso. Por ciclo de carga:

$$M_{LLO_propelente} = M_p \times (1 + N_{Vf})$$

7. Definición del tramo en los nodos

Aunque la recursión ensucia la contabilidad vuelo por vuelo, el tramo tiene una frontera bien definida entre nodos: todo lo que entra en LLO para sostener un ciclo completo (**P** que se entrega + $M_{LLO_propelente}$ que se consume en los descensos) frente a lo que efectivamente llega como carga útil en superficie (**P**). Aplicando la Definición 1 en esa frontera:

$$\eta_{cs} = P / (P + M_{LLO_propelente})$$

reemplazando por la expresión obtenida en el apartado 6

$$\eta_{cs} = P / (P + M_p \times (1 + N_{Vf}))$$

donde: $M_{LLO_propelente}$

$$N_{Vf} = M_{p2} / (P - M_{p2})$$

QED

Condición de existencia

El teorema es válido si y solo si $\mathbf{P > M_{p2}}$. Si $\mathbf{P \leq M_{p2}}$, un solo viaje $\mathbf{N_{Vf}}$ no puede entregar suficiente propelente para cubrir siquiera el propelente necesario para su propio regreso al nodo orbital. En consecuencia, el sistema no puede sostener un régimen estacionario sin producción local de propelente (ISRU) o sin una fuente externa adicional de reabastecimiento.

Condiciones de validez

• El vehículo es reutilizable y opera entre un nodo orbital y un nodo de superficie.

• El vehículo consume la totalidad de su propelente durante el trayecto de ida.

• El propelente necesario para el trayecto de regreso se obtiene exclusivamente a partir de un depósito situado en el nodo de destino.

• El depósito de superficie es abastecido únicamente mediante viajes adicionales del mismo tipo de vehículo.

• El sistema se analiza en régimen estacionario, entendido como un equilibrio del balance medio de propelente a lo largo de sucesivos ciclos de carga y reabastecimiento.

• Todos los viajes de carga y de reabastecimiento se consideran físicamente idénticos, diferenciándose únicamente por la naturaleza de la masa transportada.

Aplicabilidad del teorema

El presente teorema determina la eficiencia de un tramo servido por un lander reutilizable en ciclo abierto cuando no existe producción local de propelente (ISRU = 0) y el propelente necesario para el trayecto de regreso debe transportarse mediante viajes adicionales del propio sistema.

Su aplicación resulta de especial interés en el análisis de arquitecturas logísticas Tierra–Luna que emplean un depósito de propelente en superficie abastecido desde un nodo orbital (LLO o NRHO).

Generalidad del Teorema 4:

El presente teorema se ha desarrollado utilizando como ejemplo un lander reutilizable operando entre un nodo orbital y la superficie lunar, por constituir el caso más intuitivo y de más fácil comprensión.

Sin embargo, **el desarrollo matemático no depende de la naturaleza del vehículo ni del tramo considerado**, sino únicamente de la existencia de un vehículo reutilizable que deba transportar, mediante viajes adicionales del propio sistema, los recursos necesarios para completar su ciclo operativo.

En consecuencia, **el teorema es directamente generalizable a cualquier tramo de una red logística** que satisfaga las condiciones de validez establecidas. La

generalización requiere únicamente redefinir el significado físico de las variables y de los nodos considerados, sin modificar en absoluto el desarrollo matemático ni las expresiones obtenidas.

Conclusión del Teorema 4

En ausencia de producción local de propelente (ISRU = 0), la necesidad de transportar el propelente requerido para el trayecto de regreso introduce una recursión logística que incrementa la masa total que debe atravesar el tramo por cada ciclo operativo.

Como consecuencia, la eficiencia del tramo deja de depender únicamente de la capacidad de transporte del vehículo y del propelente consumido durante el trayecto de ida, pasando a depender también del número medio de viajes de reabastecimiento necesarios para sostener el sistema en régimen estacionario.

En consecuencia, la expresión obtenida constituye la eficiencia general de un tramo servido por un vehículo reutilizable en ciclo abierto sin producción local de propelente.

Observación final al Teorema 4 — La red como objeto matemático

El Teorema 4 no es una mera aplicación de la ecuación de Tsiolkovski a un caso más complejo. Es la demostración formal de que la eficiencia relevante en un régimen logístico reutilizable **no reside en el vehículo individual**, sino en un objeto matemático de orden superior: **la red**.

Mientras λ describe la fracción de carga útil de un cohete aislado, η (Definición 1) describe la fracción de masa que, partiendo de un nodo, llega como payload útil al siguiente. El Teorema 4 muestra que, en presencia de recursión logística, esta eficiencia del tramo solo puede definirse y calcularse correctamente dentro del marco de la red completa (Definiciones 1 y 2).

Esta transición —del vehículo a la red— es .el primer resultado en el que se hace explícito el núcleo conceptual de la presente teoría. A partir de aquí, el objeto de estudio deja de ser el cohete y pasa a ser el régimen logístico como sistema dinámico.

Corolario 1 del Teorema 4 — Recuperación del régimen sin recursión

Enunciado

Cuando la recursión logística desaparece (NVf = 0), la expresión obtenida en el Teorema 4 se reduce inmediatamente a la expresión general de eficiencia de un tramo sin recursión:

$\eta = P / (M_p + P)$

Demostración

Sustituyendo $N_{Vf} = 0$ en la expresión del Teorema 4:

$\eta_{cs} = P / (P + M_p(1 + N_{Vf}))$

$\eta_{cs} = P / (P + M_p)$

Q.E.D.

PROPIEDADES DEL RÉGIMEN LOGÍSTICO

CARÁCTER DETERMINISTA DEL MODELO MATEMÁTICO

ENUNCIADO

El régimen logístico Tierra–Luna, definido por los axiomas, definiciones y teoremas desarrollados en la presente teoría, constituye un **sistema dinámico discreto y determinista**.

Su evolución queda completamente determinada por las condiciones iniciales del sistema y por las relaciones físicas y matemáticas que gobiernan los flujos de masa entre los distintos nodos de la red.

Se dice que un sistema es **determinista** cuando su evolución temporal queda completamente especificada por las condiciones iniciales y por las reglas de evolución que lo gobiernan. En el caso de la presente teoría, dado un conjunto de condiciones iniciales y de parámetros de operación, el estado futuro del sistema queda unívocamente determinado.

En particular, todos los flujos de masa, desde la inyección en LEO hasta la entrega de carga en la superficie lunar, el abastecimiento de propelente y el retorno de carga útil, están gobernados por:

- La ecuación de Tsiolkovski, que relaciona el incremento de velocidad con la razón de masas.
- Las definiciones de eficiencia de tramo (Definición 1) y eficiencia total de red (Definición 2).
- Los teoremas 1 a 6, que proporcionan expresiones cerradas para las variables de masa, propelente y carga útil en función de los parámetros físicos del sistema.
- Las ecuaciones de conservación de masa en cada nodo, que establecen el balance entre flujos de entrada y salida.

En consecuencia, dado un conjunto de condiciones iniciales y de parámetros de operación, el estado futuro del sistema queda unívocamente determinado en el marco del modelo matemático continuo.

Las variables que describen el sistema en este nivel son variables continuas: masas, eficiencias, relaciones medias de viajes, etc. Todas ellas son funciones deterministas de los parámetros de entrada.

COMPLEJIDAD NO ES INDETERMINACIÓN

La existencia de múltiples vehículos, depósitos, trayectorias y flujos simultáneos no convierte al sistema en un sistema indeterminado. Por el contrario, la complejidad del régimen surge de la interacción de un conjunto de relaciones completamente deterministas.

Las cantidades fraccionarias que aparecen en los desarrollos analíticos, por ejemplo, el número medio de viajes de reabastecimiento por ciclo o el número medio de lanzamientos necesarios para sostener un determinado flujo logístico, **no representan incertidumbre ni aproximaciones numéricas**. Representan **valores medios de un régimen discreto**.

Los eventos físicos que constituyen la operación de la red (lanzamientos, vuelos, transferencias o reabastecimientos) son **necesariamente discretos**. Sin embargo, el comportamiento global del régimen puede describirse **mediante flujos medios continuos**, obtenidos a partir del balance de masa del sistema.

En consecuencia, la aparición de **valores fraccionarios constituye una propiedad natural del régimen logístico y no una limitación del modelo matemático**.

De la continuidad del modelo a la discreción de la operación

El modelo matemático descrito por los teoremas de la presente teoría opera con **variables continuas**: masas, propelentes, relaciones de viajes, etc. Esto permite obtener expresiones cerradas y relaciones invariantes que caracterizan el régimen estacionario.

Sin embargo, la **operación real de la red** consiste en **eventos discretos**: cada viaje es un evento unitario. No existen 0,95 viajes. Un viaje se realiza o no se realiza. Esta discretización es una propiedad fundamental del sistema, no una aproximación.

Esta dualidad —modelo continuo, operación discreta— es análoga a la que se encuentra en otros sistemas dinámicos:

- En **mecánica estadística**, las ecuaciones de Newton son continuas y deterministas, pero el comportamiento de un gas se describe mediante promedios estadísticos.

- En **teoría de colas**, los flujos medios son continuos, pero los eventos (llegadas, servicios) son discretos.
- En **logística terrestre**, los flujos de camiones se promedian en el tiempo, pero cada camión es un evento discreto.

La presente teoría se sitúa en este mismo marco: **el modelo es continuo y determinista; la operación es discreta y oscilatoria alrededor de los valores medios del modelo**.

RÉGIMEN ESTACIONARIO

ENUNCIADO

El régimen logístico Tierra–Luna no evoluciona como una sucesión de misiones independientes, sino como un **sistema permanente de transporte de masa entre nodos**.

Una vez iniciada su operación, la red opera en un **régimen estacionario**, caracterizado por la existencia de **flujos medios de masa, propelente y carga que permanecen estables a lo largo del tiempo**, aunque las operaciones individuales que los producen sean necesariamente discretas.

El término **estacionario** se utiliza aquí en el sentido de la teoría de sistemas dinámicos: un sistema se encuentra en régimen estacionario cuando sus **variables medias** no dependen del tiempo, aunque sus **variables instantáneas** puedan fluctuar.

Régimen estacionario no significa estado inmóvil

El régimen estacionario descrito en la presente teoría **no implica** que los depósitos permanezcan con una masa constante ni que todos los ciclos individuales sean idénticos.

Por el contrario,

- los lanzamientos ocurren en instantes discretos;
- los vuelos se suceden con distinta cadencia;
- los depósitos reciben y entregan masa continuamente;
- los buffers (depósitos de carga y propelente) experimentan oscilaciones alrededor de sus valores medios durante la operación normal de la red;

El carácter estacionario del régimen debe entenderse en sentido **macroscópico**: las variables medias del sistema permanecen acotadas y sus balances globales se

conservan a lo largo del tiempo. Su operación no se circunscribe a la repetición sistemática de una secuencia fija de operaciones ni a un ciclo invariante, sino que evoluciona dentro de una **región acotada del espacio de estados**, manteniendo constantes sus propiedades globales y sus flujos medios.

En consecuencia, **la red opera en un equilibrio dinámico**, no en un equilibrio estático.

¿Estacionario con respecto a qué?

La respuesta no es inmediata. Un régimen logístico **no permanece estacionario** respecto al número de lanzamientos, al número de vuelos ni al contenido instantáneo de los depósitos. Todos esos parámetros fluctúan de forma natural durante la operación de la red.

El carácter estacionario del régimen debe buscarse en otra magnitud: **las relaciones entre los distintos flujos logísticos que sostienen la red**.

En consecuencia, **el régimen no es estacionario respecto al número absoluto de viajes, sino respecto a la relación existente entre el número de viajes de carga $N_{(Vp)}$ y el número de viajes de reabastecimiento $N_{(Vf)}$,** Esta relación es la magnitud que caracteriza el funcionamiento permanente de la red.

La separación de los flujos de carga y propelente, establecida en el Principio 3, permite definir una relación característica entre ellos; dicha relación constituye el parámetro fundamental que describe el régimen estacionario de la red.

Se define la relación característica del régimen como:

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)}$$

donde:

- $N_{(Vp)}$ representa el número de viajes destinados al transporte de carga.
- $N_{(Vf)}$ representa el número de viajes destinados al transporte de los recursos operativos necesarios para sostener el funcionamiento de la red.

Esta relación constituye el **parámetro fundamental** que describe el régimen estacionario de un segmento de la red y expresa el **equilibrio existente entre el flujo de carga y el flujo de recursos operativos**.

Su valor no depende del número **absoluto de viajes realizados**, sino de las **necesidades operativas impuestas por el régimen logístico considerado**.

DETERMINACION DE LA RELACIÓN $N_{(Vp)} / N_{(Vf)}$

El objetivo de esta sección es determinar analíticamente la relación entre la cantidad de viajes de carga $\mathbf{N_{(Vp)}}$ y la cantidad de viajes de reabastecimiento $\mathbf{N_{(Vf)}}$, por constituir el parámetro fundamental que caracteriza el régimen estacionario de la red.

El desarrollo se realizará inicialmente sobre el caso más sencillo compatible con las hipótesis de la teoría. Se considerará una red logística unidireccional en la que la carga útil es transportada desde un nodo orbital (LLO o NRHO) hasta la superficie lunar mediante un lander reutilizable. Se asumirá un régimen logístico con producción local de propelente suficiente para abastecer completamente el trayecto de regreso del lander (ISRU = 100 %), correspondiente al caso desarrollado en el Teorema 3.

Para facilitar la comprensión del desarrollo, el lector puede visualizar esta red como una arquitectura formada por una Upper Stage que realiza la inyección hacia TLI y un Tug que efectúa la inserción orbital (LOI), alimentando un nodo orbital desde el que opera un lander reutilizable. Esta representación tiene carácter exclusivamente ilustrativo y no restringe la validez general del desarrollo matemático que sigue.

En consecuencia, para determinar la relación $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$ resulta suficiente conocer las necesidades de propelente del lander que opera entre el nodo orbital y la superficie lunar.

De forma más general, la relación $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$ queda determinada por la demanda de propelente del tramo servido por el sistema de reabastecimiento.

TEOREMA 5 — Relación característica del régimen estacionario $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$

Definición de los flujos

En una red con desacople de flujos (Principio 3), el segmento comprendido entre el nodo LEO y el nodo LLO —donde se encuentra el Depot orbital que actúa como buffer de carga y propelente— presenta dos tipos fundamentales de viajes:

- $\mathbf{V_p}$: viajes destinados al transporte de **carga neta** desde LEO hacia LLO.
- $\mathbf{V_f}$: viajes destinados al transporte de **recursos operativos (propelente)** desde LEO hacia LLO.

El $\mathbf{Depot_{LLO}}$ recibe ambos flujos. La carga neta ($\mathbf{P_{net}}$) queda almacenada en el buffer de carga del $\mathbf{Depot_{LLO}}$ a la espera de ser transportada al nodo SUP mediante los viajes del lander. El propelente ($\mathbf{P_f}$) queda almacenado en el buffer de propelente del $\mathbf{Depot_{LLO}}$ para ser consumido por los descensos del lander.

El régimen estacionario de una red logística segmentada no se define por el número absoluto de viajes, ni por el contenido instantáneo de los depósitos, ni por el número de lanzamientos anuales. Todos esos parámetros fluctúan de forma natural durante la operación de la red.

El carácter estacionario del régimen debe buscarse en otra magnitud: **la relación entre los flujos logísticos que sostienen la red**. Más concretamente en relación entre la cantidad de viajes de carga $\mathbf{N_{(Vp)}}$ y la cantidad de viajes de reabastecimiento $\mathbf{N_{(Vf)}}$ constituye el parámetro fundamental que describe el régimen estacionario de este segmento de la red:

$$\mathbf{N_{(Vp)} / N_{(Vf)}}$$

Esta relación expresa el equilibrio existente entre el flujo de carga y el flujo de recursos operativos en el segmento **LEO → LLO**. Su valor no depende del número absoluto de viajes realizados, sino de las necesidades operativas impuestas por el tramo al que dicho segmento abastece.

Enunciado

Para un sistema logístico compuesto por:

1. Un **tramo servido** (LLO → SUP) operado por un **lander reutilizable** en ciclo abierto con **ISRU = 100%** en superficie, cuyas propiedades son:
    - **P_lander**: carga útil entregada en SUP por cada viaje de descenso.
    - **$\mathbf{M_p}$_lander**: propelente consumido desde el $\text{Depot}_{\text{LLO}}$ durante el descenso por cada viaje.
2. Un **segmento abastecedor** (LEO → LLO) operado por un conjunto de vehículos (upper stage, tugs, etc.), que denominaremos genéricamente **tug** a efectos expositivos, que transporta tanto carga neta ($\mathbf{V_p}$) como propelente ($\mathbf{V_f}$) hacia el $\mathbf{Depot_{LLO}}$, con capacidad $\mathbf{P_{tug}}$ por viaje.

la relación característica del régimen estacionario $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$ para el segmento abastecedor está dada por:

$$\mathbf{N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = P_lander / M_p_lander}$$

Demostración

1. Definición de los flujos en el segmento abastecedor (LEO → LLO)

El conjunto de vehículos que componen el segmento abastecedor (que denominaremos genéricamente **tug**) realiza dos tipos de viajes desde LEO hacia LLO:

- **Vp**: viajes que transportan **carga neta**, con capacidad $\mathbf{P_{tug}}$ por viaje, que se almacena en el buffer de carga del $\mathbf{Depot_{LLO}}$.

- **Vf**: viajes que transportan **propelente**, con capacidad $\mathbf{P_{tug}}$ por viaje, que se almacena en el buffer de propelente del $\mathbf{Depot_{LLO}}$.

Observación: La capacidad de transporte $\mathbf{P_{tug}}$ es la misma para ambos tipos de viaje, ya que los vehículos que componen el segmento abastecedor transportan indistintamente carga neta o propelente con la misma capacidad por viaje.

En consecuencia:

$$\mathbf{P_{net} = P_{tug}}$$

$$\mathbf{P_f = P_{tug}}$$

---

2. Relación entre V_p (tug) y V_p_lander (tramo servido)

Sea $\mathbf{N_{(Vp)}}$ el número de viajes de carga del segmento abastecedor.

Cada viaje $\mathbf{V_p}$ del segmento abastecedor entrega $\mathbf{P_{tug}}$ toneladas de carga neta en el $\mathbf{Depot_{LLO}}$.

Cada $\mathbf{V_p_lander}$ consume **P_lander** toneladas de carga neta del buffer de carga del $\mathbf{Depot_{LLO}}$ (la que entrega en SUP).

Por tanto, el número total de $\mathbf{V_p_lander}$ que puede sostener el conjunto de viajes $\mathbf{V_p}$ es:

$$\mathbf{N(Vp_lander) = [\ N_{(Vp)} \times P_{tug}\ ] / P_lander}$$

---

3. Propelente consumido en el $Depot_{LLO}$ por los Vp_lander

Cada $\mathbf{V_p_lander}$ consume $\mathbf{M_p_lander}$ toneladas de propelente desde el buffer de propelente del $Depot_{LLO}$.

Por tanto, el propelente total consumido en el $\mathbf{Depot_{LLO}}$ por todos los $\mathbf{V_p_lander}$ sostenidos por los viajes $\mathbf{V_p}$ es:

$$\mathbf{M_consumido_LLO = N(V_p_lander) \times M_p_lander}$$

Sustituyendo en la expresión anterior:

$$\mathbf{M_consumido_LLO = [\ N_{(Vp)} \times P_{tug} / P_lander\ ] \times M_p_lander}$$

---

4. Propelente entregado en el $Depot_{LLO}$ por los viajes Vf

Cada viaje $\mathbf{V_f}$ del segmento abastecedor entrega $\mathbf{P_{tug}}$ toneladas de propelente en el buffer de propelente del $\mathbf{Depot_{LLO}}$.

Por tanto, el propelente total entregado en el **Depot$_{LLO}$** por todos los viajes V_f es:

M_entregado_LLO = $N_{(Vf)}$ × P_{tug}

---

5. Condición de equilibrio del régimen estacionario

En régimen estacionario, el propelente consumido en el **Depot$_{LLO}$** debe ser igual al propelente entregado en el **Depot$_{LLO}$**:

M_consumido_LLO = M_entregado_LLO

sustituyendo las expresiones obtenidas:

[$N_{(Vp)}$ × P_{tug} / P_lander] × M_p_lander = $N_{(Vf)}$ × P_{tug}

---

6. Despeje de la relación $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$

Dividimos ambos miembros por **P_{tug}** (que es > 0):

[$N_{(Vp)}$ / P_lander] × M_p_lander = $N_{(Vf)}$

Reordenamos:

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander

---

7. Expresión final

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = P_lander / M_p_lander$$

Q.E.D.

Condiciones de validez

El Teorema 5 es válido bajo las siguientes condiciones:

1. **ISRU = 100% en superficie lunar.** El lander opera en ciclo abierto con reabastecimiento en destino. El propelente necesario para el ascenso del lander desde SUP hasta LLO se produce localmente. En consecuencia, el tramo servido (LLO → SUP) no requiere viajes **Vf_lander** desde LLO. El **Depot$_{LLO}$** solo debe reponer el propelente consumido en los descensos. Este es el régimen definido en el Teorema 3, donde el lander consume la totalidad de **M_p_lander** durante el descenso y no transporta desde LLO el propelente necesario para el ascenso.

2. **El segmento abastecedor (LEO → LLO) es operado por un conjunto de vehículos que transportan tanto carga neta (V_p) como propelente (V_f) hacia el $Depot_{LLO}$.** La capacidad de transporte P_{tug} es la misma para ambos tipos de carga.

3. **El sistema opera en régimen estacionario.** El balance medio de propelente en el $Depot_{LLO}$ se conserva a lo largo del tiempo. Las oscilaciones discretas alrededor del valor medio son absorbidas por los buffers del $Depot_{LLO}$.

Observaciones

1. El puente entre segmentos

La relación $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ **= P_lander / M_p_lander** constituye el **puente** entre dos partes de la red:

- **El tramo servido (LLO → SUP):** define los valores de **P_lander** y **M_p_lander** a partir de sus propias características físicas (Teorema 3). Este tramo **determina la relación**, al imponer la demanda de carga neta y propelente que debe ser satisfecha desde el $Depot_{LLO}$.
- **El segmento abastecedor (LEO → LLO):** implementa la relación mediante la proporción en que reparte sus viajes entre V_p y V_f hacia el $Depot_{LLO}$. Este segmento **ejecuta la relación**, al satisfacer la demanda impuesta por el tramo servido.

En este sentido, el tramo servido es quien impone la demanda; el segmento abastecedor es quien la satisface. La relación característica del régimen es el vínculo que conecta ambos, a través del $Depot_{LLO}$ que actúa como buffer intermedio.

2. Independencia de P_{tug}

La capacidad de transporte del segmento abastecedor **no aparece en la expresión final**. Se cancela durante la demostración.

Esto implica que la relación característica del régimen estacionario **depende exclusivamente de las propiedades del tramo servido** (P_lander y M_p_lander), no del tamaño de los vehículos que componen el segmento abastecedor.

3. Interpretación física

El cociente $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ expresa la proporción en que se reparten los viajes del segmento abastecedor entre transporte de carga neta y transporte de propelente, ambos dirigidos al $Depot_{LLO}$.

Esta proporción está determinada por la demanda de propelente del tramo servido: la relación entre lo que el lander entrega (**P_lander**) y lo que consume (**M_p_lander**) en cada viaje de descenso.

4. Relación con la eficiencia del tramo servido

La eficiencia del tramo servido por el lander en ciclo abierto (Teorema 3, Corolario 1) es:

η_{ca} = P_lander / (P_lander + M_p_lander)

Mientras que la relación característica del régimen es:

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander

Ambas expresiones están relacionadas pero no son idénticas. La primera mide la eficiencia de masa del tramo; la segunda mide la proporción de flujos en el régimen estacionario del segmento abastecedor.

CARÁCTER DISCRETO DEL RÉGIMEN LOGÍSTICO

La relación **$N_{(Vp)}$/$N_{(Vf)}$** es un valor medio. En la operación real de la red, los viajes son discretos y no fraccionarios. Por tanto, el sistema no ejecuta **$N_{(Vp)}$/$N_{(Vf)}$** exactamente cada año, sino que oscila alrededor de este valor, alternando combinaciones enteras de **V_p** y **V_f** que, en promedio, tienden a la relación característica.

Estas oscilaciones son absorbidas por los buffers del **$Depot_{LLO}$** (capacidad de carga y capacidad de propelente), que actúan como amortiguadores dinámicos. El régimen estacionario no es un estado inmóvil, sino un equilibrio dinámico mantenido por la interacción entre flujos discretos, buffers finitos y una proporción media fija.

GENERALIDAD DEL TEOREMA 5

Aunque la demostración se ha desarrollado utilizando un lander como tramo servido y un conjunto de vehículos (tugs) como segmento abastecedor, el desarrollo matemático no depende de la naturaleza de los vehículos ni de los tramos considerados, sino únicamente de la existencia de:

- Un **tramo servido** que consume recursos operativos (propelente) desde un depósito para realizar su función.
- Un **segmento abastecedor** que transporta tanto carga neta como recursos operativos hacia ese depósito.

En consecuencia, el teorema es directamente generalizable a cualquier red logística segmentada que satisfaga las condiciones de validez establecidas. La generalización

requiere únicamente redefinir el significado físico de las variables y de los tramos considerados, sin modificar el desarrollo matemático ni las expresiones obtenidas.

TEOREMA 6 — Relación característica del régimen estacionario $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ para el segmento LEO → LLO, sin ISRU en superficie

Definición de los flujos

En una red con desacople de flujos (Principio 3), el segmento comprendido entre el nodo LEO y el nodo LLO —donde se encuentra el Depot orbital que actúa como buffer de carga y propelente— presenta dos tipos fundamentales de viajes:

- **Vp**: viajes destinados al transporte de **carga neta** desde LEO hacia LLO.
- **Vf**: viajes destinados al transporte de **recursos operativos (propelente)** desde LEO hacia LLO.

El $Depot_{LLO}$ recibe ambos flujos. La carga neta (P_{net}) queda almacenada en el buffer de carga del $Depot_{LLO}$ a la espera de ser transportada al nodo SUP mediante los viajes del lander. El propelente (P_f) queda almacenado en el buffer de propelente del $Depot_{LLO}$ para ser consumido por los descensos del lander.

La relación entre la cantidad de viajes de carga $\mathbf{N_{(Vp)}}$ y la cantidad de viajes de reabastecimiento $\mathbf{N_{(Vf)}}$ constituye el parámetro fundamental que describe el régimen estacionario de este segmento de la red:

$$\mathbf{N_{(Vp)} / N_{(Vf)}}$$

Esta relación expresa el equilibrio existente entre el flujo de carga y el flujo de recursos operativos en el segmento LEO → LLO. Su valor no depende del número absoluto de viajes realizados, sino de las necesidades operativas impuestas por el tramo al que dicho segmento abastece.

Enunciado

El régimen estacionario de una red logística segmentada no se define por el número absoluto de viajes, ni por el contenido instantáneo de los depósitos, ni por el número de lanzamientos anuales. Todos esos parámetros fluctúan de forma natural durante la operación de la red.

El carácter estacionario del régimen debe buscarse en otra magnitud: **la relación entre los flujos logísticos que sostienen la red**.

Para un sistema logístico compuesto por:

1. Un **tramo servido** (LLO → SUP) operado por un **lander reutilizable** en ciclo abierto **sin ISRU en superficie**, donde el propelente necesario para el ascenso del lander desde SUP hasta LLO debe ser transportado desde el $Depot_{LLO}$ mediante viajes adicionales del propio lander. **Las propiedades del lander son**:
    - **P_lander**: carga útil entregada en SUP por cada viaje de descenso (**V_p_lander**).
    - **M_p_lander**: propelente consumido desde el $Depot_{LLO}$ durante el descenso por cada **Vp_lander**.
    - **M_{p2}**: propelente necesario para que el lander ascienda vacío desde SUP hasta LLO.
    - **N_V_f_lander**: número de viajes de reabastecimiento del lander (desde LLO hacia SUP, transportando propelente) necesarios para sostener un viaje de carga.

Según el Teorema 4:

$N_V_f_lander = M_{p2} / (P_lander - M_{p2})$

2. Un **segmento abastecedor** (LEO → LLO) operado por un conjunto de vehículos (upper stage, tugs, etc.), que denominaremos genéricamente **tug** a efectos expositivos, que transporta tanto carga neta (V_p) como propelente (V_f) hacia el $Depot_{LLO}$, con capacidad **P_{tug}** por viaje.

la relación característica del régimen estacionario **$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$** para el segmento abastecedor está dada por:

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = P_lander / [M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)]$$

Demostración

1. Definición de los flujos en el tramo servido (LLO → SUP) sin ISRU

En ausencia de ISRU, el lander que opera entre LLO y SUP debe:

1. **Descender** desde LLO hasta SUP transportando carga neta (**V_p_lander**). Para ello, consume **M_p_lander** desde el **$Depot_{LLO}$**.
2. **Ascender** desde SUP hasta LLO, vacío o con carga, consumiendo **M_{p2}** toneladas de propelente. Este propelente no se produce localmente, debe ser transportado desde LLO hasta SUP mediante **viajes de reabastecimiento del propio lander (N_V_f_lander)**.

Según el Teorema 4, el número de viajes de reabastecimiento del lander necesarios por cada viaje de carga es:

$N_V_f_lander = M_{p2} / (P_lander - M_{p2})$

---

2. Propelente total consumido desde el $Depot_{LLO}$ por el tramo servido

Por cada viaje de carga del lander (Vp_lander), el $Depot_{LLO}$ debe suministrar:

- **M_p_lander**: para el descenso del viaje de carga.
- **$M_p_lander \times N_V_f_lander$**: para los descensos de los viajes de reabastecimiento del lander (cada Vf_lander consume M_p_lander en su propio descenso).

Por tanto, el propelente total consumido desde el $Depot_{LLO}$ por cada Vp_lander es:

$M_p_por_Vp_lander = M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)$

---

3. Relación entre Vp (tug) y Vp_lander (tramo servido)

Sea **$N_{(Vp)}$** el número de viajes de carga del segmento abastecedor.

Cada viaje Vp del segmento abastecedor entrega **P_{tug}** toneladas de carga neta en el $Depot_{LLO}$.

Cada **V_p_lander** consume **P_lander** toneladas de carga neta del buffer de carga del $Depot_{LLO}$.

Por tanto, el número total de **V_p_lander** que puede sostener el conjunto de viajes Vp es:

$N(V_p_lander) = [N(V_p) \times P_{tug}] / P_lander$

---

4. Propelente total consumido en el $Depot_{LLO}$ por los Vp_lander

Cada **Vp_lander** consume **$M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)$** toneladas de propelente desde el buffer de propelente del $Depot_{LLO}$ (expresión 2).

Por tanto, el propelente total consumido en el $Depot_{LLO}$ por todos los **Vp_lander** sostenidos por los viajes Vp es:

$M_consumido_LLO = N(V_p_lander) \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)$

Sustituyendo en la expresión anterior:

$M_consumido_LLO = [N_{(Vp)} \times P_{tug} / P_lander] \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)$

---

5. Propelente entregado en el $Depot_{LLO}$ por los viajes Vf

Cada viaje Vf del segmento abastecedor entrega $\mathbf{P_{tug}}$ toneladas de propelente en el buffer de propelente del $Depot_{LLO}$.

Por tanto, el propelente total entregado en el $Depot_{LLO}$ por todos los viajes V_f es:

$$\mathbf{M_entregado_LLO = N_{(Vf)} \times P_{tug}}$$

---

6. Condición de equilibrio del régimen estacionario

En régimen estacionario, el propelente consumido en el $Depot_{LLO}$ debe ser igual al propelente entregado en el $Depot_{LLO}$:

$$\mathbf{M_consumido_LLO = M_entregado_LLO}$$

Sustituyendo las expresiones obtenidas:

$$\mathbf{[\ N_{(Vp)} \times P_{tug} / P_lander\ ] \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander) = N_{(Vf)} \times P_{tug}}$$

---

7. Despeje de la relación $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$

Dividimos ambos miembros por $\mathbf{P_{tug}}$ (que es > 0):

$$\mathbf{[\ N_{(Vp)} / P_lander\ ] \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander) = N_{(Vf)}}$$

Reordenando:

$$\mathbf{N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = P_lander / [\ M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)\ ]}$$

---

8. Expresión final

$$\mathbf{N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = P_lander / [\ M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)\ ]}$$

Donde:

$$\mathbf{N_V_f_lander = M_{p2} / (\ P_lander - M_{p2}\ )}$$

Q.E.D.

Observaciones

1. Interpretación física

El cociente $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$ expresa la proporción en que se reparten los viajes del segmento abastecedor entre transporte de carga neta y transporte de propelente.

En ausencia de ISRU, el tramo servido requiere **más propelente desde LLO** que en el caso con ISRU, porque debe abastecer tanto los descensos de los viajes de carga como los descensos de los viajes de reabastecimiento del lander. Este incremento se refleja en el factor $\mathbf{(1 + N_V_f_lander)}$, que reduce el valor de $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$.

2. Relación con el Teorema 4

El Teorema 4 establece la eficiencia del tramo servido (LLO → SUP) sin ISRU:

$$\eta_{cs} = P_lander / [\ P_lander + M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)\ ]$$

El Teorema 6 establece la relación característica del régimen para el segmento abastecedor:

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = P_lander / [\ M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)\ ]$$

Ambas expresiones comparten el mismo denominador. La relación entre ellas es:

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = \eta_{cs} / [\ 1 - \eta_{cs}\ ]$$

3. El papel de M_{p2} en el Teorema 6

El lector observará que la expresión final del Teorema 6:

$$N_{(Vp)} / N(_{Vf)} = P_lander / [\ M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)\ ]$$

no contiene explícitamente el término $\mathbf{M_{p2}}$ (propelente necesario para el ascenso del lander desde la superficie hasta LLO).

Esta ausencia aparente no constituye una omisión. La explicación es la siguiente:

1. El balance de propelente en superficie (Teorema 4) determina el número de viajes de reabastecimiento del lander necesarios por cada viaje de carga:

$$N_V_f_lander = M_{p2} / (\ P_lander - M_{p2}\ )$$

Esta expresión incorpora $\mathbf{M_{p2}}$ y **P_lander** como sus únicos parámetros. Por tanto, $\mathbf{M_{p2}}$ queda implícitamente incluido en el valor de **N_Vf_lander**.

2. El balance en el $\mathbf{Depot_{LLO}}$ solo contabiliza el propelente que **sale** de LLO hacia SUP, es decir, el consumido en los **descensos**. El propelente consumido en los **ascensos** (SUP → LLO) no se contabiliza en LLO, porque se consume en superficie.

3. Lo que **sí** se contabiliza en LLO es el propelente que debe ser **transportado a superficie** para habilitar esos ascensos. Ese propelente es exactamente:

$$P_lander \times N_V_f_lander = M_{p2} \times (1 + N_V_f_lander)$$

Y es entregado a superficie mediante los viajes **Vf_lander**, cada uno de los cuales consume $\mathbf{M_p_lander}$ en su propio descenso desde LLO.

4. Por tanto, el término **M_p_lander × N_V_f_lander** en el denominador del Teorema 6 **incluye el coste logístico** de transportar a superficie todo el propelente necesario para los ascensos, incluyendo el del propio viaje de carga y el de los viajes de reabastecimiento.
5. **Condición necesaria:** Para que el sistema sea viable sin ISRU, debe cumplirse:

P_lander > M_{p2}

y también:

M_p_lander > M_{p2}

La primera condición garantiza que un viaje de reabastecimiento pueda entregar más propelente del que consume en su propio ascenso. La segunda garantiza que el lander tenga suficiente capacidad de propelente para completar el descenso.

En el Modelo 1:

P_lander = 36,73 t > 11,15 t = M_{p2} → Condición cumplida.

M_p_lander = 38,63 t > 11,15 t = M_{p2} → Condición cumplida.

Conclusión: M_{p2} está incluido en el Teorema 6 a través de **N_V_f_lander**. No es necesario añadirlo explícitamente en el denominador, porque el balance de propelente en superficie ya lo ha contabilizado completamente.

RELACIÓN ENTRE LOS TEOREMAS 5 Y 6

Los Teoremas 5 y 6 describen la misma relación característica del régimen estacionario para el segmento abastecedor LEO → LLO bajo dos hipótesis logísticas diferentes.

Con ISRU = 100 % en superficie (Teorema 5):

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander

Sin ISRU en superficie (Teorema 6):

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / [M_p_lander × (1 + N_V_f_lander)]

La única diferencia entre ambas expresiones es el factor **(1 + N_V_f_lander)**, que representa el coste logístico adicional asociado al transporte del propelente necesario para sostener los viajes de reabastecimiento del lander cuando no existe producción local de propelente.

Cuando:

N_V_f_lander = 0

la expresión del Teorema 6 se reduce inmediatamente a:

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander

que coincide exactamente con la expresión obtenida en el Teorema 5.

En consecuencia, **el Teorema 5 constituye un caso particular del Teorema 6**, correspondiente al régimen en el que el propelente de ascenso se encuentra disponible en superficie sin coste logístico adicional (ISRU = 100 %).

BUFFERS COMO AMORTIGUADORES, NO COMO ACUMULADORES

Un aspecto fundamental de la presente teoría, que la distingue de los enfoques intuitivos, es el papel de los buffers (depósitos de carga y propelente).

En la interpretación habitual de los sistemas logísticos, un depósito es un almacén: se llena, se vacía, y el objetivo es tener siempre suficiente masa para no interrumpir la operación. Mayor capacidad se asocia con mayor seguridad.

En la presente teoría, esta interpretación es incorrecta.

Los depósitos de carga y propelente del Depot_sub_LLO no son acumuladores en el sentido tradicional. Son **buffers** cuya función es absorber las oscilaciones discretas del sistema.

Su función no es acumular masa, sino **amortiguar las fluctuaciones** que resultan de la diferencia entre:

- La masa $\mathbf{P_{op}}$ de carga o insumos que llega con cada viaje $\mathbf{V_p}$.
- La masa $\mathbf{P_f}$ de propelente que se consume para entregar $\mathbf{P_{op}}$ pero que llega en viajes $\mathbf{V_p}$ que entregan una cantidad de propelente $\mathbf{P}$ distinta de $\mathbf{P_f}$.

Debido a la discretización de los eventos y a la variabilidad de la secuencia, siempre existe una diferencia entre la masa que entra y la masa que sale. El buffer absorbe esa diferencia.

En consecuencia:

- **Más capacidad no es mejor.** Mayor capacidad implica mayor coste de infraestructura y mayor masa estructural.
- **La capacidad óptima es la mínima necesaria para absorber las oscilaciones de la secuencia** sin interrumpir la operación.
- **El buffer no es un almacén estratégico. Es un amortiguador dinámico.**
- La acumulación de propelente y/o carga en los Depots no es un indicador de la fortaleza de la red. Por el contrario, esta acumulación es el indicador más claro de que **la red esta siendo sub utilizada.**

- **La red debe operar siempre en tensión,** nunca acumular cargas en transito ni propelentes más allá de los necesarios para absorber las oscilaciones**. Mas propelente acumulado no es mejor.**

Esta distinción es fundamental para el dimensionamiento de los depósitos en una red logística de operación continua.

FACTOR DE MEJORA DEL RÉGIMEN INTRODUCIDO POR ISRU

Enunciado

El factor multiplicativo que introduce la implementación de ISRU sobre la relación característica del régimen estacionario viene dado por:

$$F_{ISRU} = 1 + N_V_f_lander$$

donde **N_V_f_lander** es el número de viajes de reabastecimiento del lander necesarios por cada viaje de carga en el régimen sin ISRU (definido en el Teorema 4).

Equivalentemente, en función de los parámetros fundamentales del lander:

$$F_{ISRU} = P_lander / (P_lander - M_{p2})$$

donde:

- **P_lander** es la masa que el lander entrega en superficie por cada viaje de descenso (ya sea carga neta o propelente).
- **M_{p2}** es el propelente que el lander necesita para ascender vacío desde la superficie hasta LLO.

Demostración

1. Partimos de la definición del factor de mejora

El factor de mejora **F_{ISRU}** se define como el cociente entre la relación característica del régimen estacionario con ISRU (Teorema 5) y la relación característica del régimen estacionario sin ISRU (Teorema 6):

$$F_{ISRU} = [\ N_{(Vp)}/N_{(Vf)}\ ]_CON_ISRU\ /\ [\ N_{(Vp)}/N_{(Vf)}\ ]_SIN_ISRU$$

2. Sustituimos las expresiones de los Teoremas 5 y 6

Del Teorema 5 (CON ISRU):

$$[\ N_{(Vp)}/N_{(Vf)}\ ]_CON_ISRU = P_lander\ /\ M_p_lander$$

Del Teorema 6 (SIN ISRU):

$[N_{(Vp)}/N_{(Vf)}]_SIN_ISRU = P_lander / [M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)]$

3. Formamos el cociente

$F_{ISRU} = [P_lander / M_p_lander] / [P_lander / (M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander))]$

4. Simplificamos

$F_{ISRU} = (P_lander / M_p_lander) \times (M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander) / P_lander)$

$F_{ISRU} = 1 + N_V_f_lander$

5. Expresión explícita en función de P_lander y M_{p2}

Del Teorema 4:

$N_V_f_lander = M_{p2} / (P_lander - M_{p2})$

Sustituyendo en la expresión anterior:

$F_{ISRU} = 1 + M_{p2} / (P_lander - M_{p2})$

Sumamos:

$F_{ISRU} = (P_lander - M_{p2} + M_{p2}) / (P_lander - M_{p2})$

$$F_{ISRU} = P_lander / (P_lander - M_{p2})$$

Q.E.D.

Observaciones

1. Interpretación del factor de mejora

El factor **F_{ISRU}** cuantifica el multiplicador que la implementación de ISRU aplica sobre la eficiencia del sistema. Es decir:

$[N_{(Vp)}/N_{(Vf)}]_{CON_ISRU} = F_{ISRU} \times [N_{(Vp)}/N_{(Vf)}]_{SIN_ISRU}$

O, equivalentemente, el factor F_{ISRU} cuantifica el incremento de la relación característica del régimen introducido por la producción local de propelente. En consecuencia,

$[N_{(Vf)}N_{(Vp)}]_{ISRU} = F_{ISRU} \times [N_{(Vf)}N_{(Vp)}]_{SIN_ISRU}$

Es decir, la implementación de ISRU incrementa en un factor **F_{ISRU}** la proporción de viajes de carga respecto de los viajes de reabastecimiento que puede sostener el segmento abastecedor.

.**2. Expresión equivalente**

El factor $\mathbf{F_{ISRU}}$ puede expresarse de dos formas equivalentes:

$$\mathbf{F_{ISRU} = 1 + N_V_f_lander = P_lander / (P_lander - M_{p2})}$$

La primera forma muestra su origen en la recursión logística (Teorema 4). La segunda forma lo expresa directamente en función de los parámetros fundamentales del lander, que son más accesibles y fáciles de obtener a partir de los datos de diseño del vehículo.

3. Dependencia exclusiva del lander

El factor de mejora $\mathbf{F_{ISRU}}$ depende exclusivamente de las propiedades del lander:

- **P_lander** : lo que el lander entrega en superficie por viaje.
- $\mathbf{M_{p2}}$: lo que el lander necesita para ascender vacío.

No depende del segmento abastecedor (tug), ni del número de lanzamientos anuales, ni de la capacidad de transporte $\mathbf{P_{tug}}$. Esto refleja que la mejora introducida por ISRU se produce en el tramo servido (LLO → SUP) y se propaga hacia arriba, al segmento abastecedor (LEO → LLO), pero su magnitud está determinada exclusivamente por el vehículo que opera en el extremo de la red.

4. Condición de validez

El factor de mejora es válido si y solo si:

$$\mathbf{P_lander > M_{p2}}$$

Si $\mathbf{P_lander \leq M_{p2}}$, el denominador $\mathbf{P_lander - M_{p2}}$ es cero o negativo. En ese caso, el sistema sin ISRU no puede sostenerse en régimen estacionario (como se establece en el Teorema 4), y el factor de mejora carece de sentido físico.

5. Aplicación al Modelo 1

Para el modelo Modelo 1:

- **P_lander = 36,73 t**
- $\mathbf{M_{p2}}$ **= 11,15 t**

$$\mathbf{F_{ISRU} = 36{,}73 / (36{,}73 - 11{,}15) = 36{,}73 / 25{,}58 = 1{,}436}$$

Es decir, el sistema con ISRU es **1,436 veces más eficiente** que el sistema sin ISRU en términos de la relación $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$.

O, equivalentemente:

$$\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)} \text{ con ISRU} = 1{,}436 \times N_{(Vp)}/N_{(Vf)} \text{ sin ISRU}}$$

TEOREMA 7 — Existencia y unicidad del régimen estacionario con buffers finitos

Introducción

Los Teoremas 5 y 6 establecen la relación $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$ como el valor medio hacia el cual tiende el régimen estacionario de la red. Sin embargo, esa formulación deja abierta una pregunta: ¿por qué el sistema tendría que aproximarse a ese valor? Nada en el balance de masa promedio, por sí solo, impide que la red opere con una razón distinta, aunque sea de forma sostenida.

El presente teorema cierra esa pregunta. Demuestra que la razón $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)}}$ no es simplemente el valor más conveniente o más eficiente, sino el único valor compatible con el hecho físico de que ningún depósito real tiene capacidad infinita. Cualquier secuencia de lanzamientos que mantenga una razón distinta, de forma sostenida, termina inevitablemente vaciando o desbordando alguno de los buffers del $\text{Depot}_{\text{LLO}}$, en un número finito de pasos. En este sentido, el atractor de los Teoremas 5 y 6 deja de ser una tendencia observada y pasa a ser una condición necesaria de supervivencia del régimen.

ENUNCIADO

Sea **n = 1, 2, 3, ...** el índice discreto de eventos (orden de lanzamientos del segmento abastecedor, no tiempo continuo). Sea $\mathbf{L_{(n)} \in \{Vp, Vf\}}$ la secuencia de decisiones de viaje, y sea $\mathbf{S_{(n)}}$ el número de viajes $\mathbf{V_p}$ entre los primeros **n** viajes, de modo que $\mathbf{N_{(Vf,n)} = n - S_{(n)}}$

Se dice que una secuencia es admisible si, **para todo n**, el estado de los buffers del $\text{Depot}_{\text{LLO}}$ satisface:

$$\mathbf{0 \leq Bp_{(n)} \leq Cap_p}$$

$$\mathbf{0 \leq Bf_{(n)} \leq Cap_f}$$

donde $\mathbf{Bp_{(n)}}$ y $\mathbf{Bf_{(n)}}$ son las masas acumuladas en el buffer de carga y en el buffer de propelente respectivamente, definidas como:

$$\mathbf{Bp_{(n)} = Bp_{(0)} + [viajes\ V_p\ hasta\ n] \times P_{tug} - [descensos\ del\ lander\ hasta\ n] \times P_lander}$$

$$\mathbf{Bf_{(n)} = Bf_{(0)} + [viajes\ V_f\ hasta\ n] \times P_{tug} - [descensos\ del\ lander\ hasta\ n] \times M_p_lander}$$

Es decir: una secuencia es admisible si nunca deja que un buffer se quede sin masa (0) ni que supere su capacidad física **(Cap).**

Entonces, toda secuencia admisible satisface necesariamente:

$\lim (n\to\infty)\ S_{(n)}/n = \rho^*$,

con $\rho^* = P_lander / (P_lander + M_p_lander)$

Es decir: $\mathbf{N_{(Vp)}/N_{(Vf)} \to P_lander/M_p_lander}$ (Teorema 5) no es una tendencia observada del sistema, sino una condición necesaria para que los buffers permanezcan acotados indefinidamente.

Demostración

1. Como $\mathbf{0 \le Bf_{(n)} \le Cap_f}$ para todo n, la contribución de $\mathbf{B_f}$ al balance acumulado está acotada por una constante independiente de **n**. En consecuencia:

$$N(Vf,n) \times P_{tug} = N(V_p_lander,n) \times M_p_lander + O_{(1)}$$

donde el término $\mathbf{O_{(1)}}$ recoge la diferencia acotada entre lo entregado y lo consumido, absorbida por el buffer.

2. Usando $\mathbf{N(V_p_lander,n) = [S_{(n)} \times P_{tug}] / P_lander}$ (relación (3) del Teorema 5):

$$(n - S_{(n)}) \times P_{tug} = [S_{(n)} \times P_{tug} / P_lander] \times M_p_lander + O_{(1)}$$

3. Dividiendo ambos miembros por **n** y tomando $\mathbf{n \to \infty}$,

el término $\mathbf{O_{(1)}/n \to 0}$. Si $\mathbf{\rho = \lim S_{(n)}/n}$ existe:

$$(1 - \rho) = \rho \times M_p_lander / P_lander$$

4. Despejando:

$$\rho = P_lander / (P_lander + M_p_lander) = \rho^*$$

Q.E.D.

Condiciones de validez

El Teorema 7 es válido bajo las siguientes condiciones:

1. Los buffers del $\mathbf{Depot_{LLO}}$ tienen capacidad finita ($\mathbf{Cap_p}$ y $\mathbf{Cap_f}$ son valores finitos y conocidos). Esta es la hipótesis central del teorema: sin capacidad finita, no hay nada que impida a la red operar indefinidamente con una razón distinta de $\mathbf{\rho^*}$.
2. El buffer nunca puede tomar valores negativos ni superar su capacidad física; ambas violaciones se interpretan como el colapso del régimen (falta de propelente o falta de espacio de almacenamiento).
3. Las relaciones de conversión entre viajes del segmento abastecedor y descensos del lander ($\mathbf{P_{tug}}$, $\mathbf{P_lander}$, $\mathbf{M_p_lander}$) son las establecidas en el Teorema 5, y se mantienen constantes en el intervalo considerado.

4. El límite $\rho = \lim S_{(n)}/n$ se asume existente; el teorema demuestra qué valor debe tomar si existe, no que necesariamente exista para toda secuencia arbitraria (ver Corolario 7.1 para el caso en que no se cumple $\rho = \rho^*$).

OBSERVACIONES

1. **De tendencia a necesidad**

Este es el aporte central del teorema: convierte el atractor de los Teoremas 5 y 6, que hasta aquí podía leerse como un promedio observado del sistema, en una condición necesaria derivada exclusivamente de que los depósitos son finitos. No hace falta ninguna hipótesis adicional sobre el comportamiento del sistema —ninguna regla de control, ningún mecanismo de corrección— para llegar a este resultado. Basta con que los buffers no puedan crecer ni vaciarse sin límite.

2. **Por qué el buffer de carga (B_p) no aparece en la demostración**

La demostración se apoya en la acotación de B_f, el buffer de propelente. B_p queda acotado por el mismo argumento, de forma simétrica, pero no es necesario invocarlo por separado: una vez fijada la razón ρ^* mediante el balance de propelente, el balance de carga neta queda automáticamente consistente, porque ambos flujos comparten el mismo P_{tug} de origen.

Corolario 7.1 — Colapso de las secuencias no admisibles

Si una secuencia mantiene una razón asintótica $\rho \neq \rho^*$, entonces $B_f(n)$ (o $B_p(n)$) presenta una deriva (drift) lineal en n de magnitud proporcional a $|\rho - \rho^*|$, y por tanto viola la cota Cap_f (o Cap_p) en un n finito. En consecuencia, ninguna secuencia con $\rho \neq \rho^*$ es admisible de forma indefinida: el sistema colapsa en tiempo finito.

En términos prácticos: no existe una arquitectura de red que pueda "elegir" operar con una razón de viajes distinta de ρ^* y sostenerla en el tiempo. Cualquier desviación sostenida se traduce, tarde o temprano, en un depósito vacío o desbordado.

Corolario 7.2 — La cuenca de atracción como conjunto de secuencias admisibles

La cuenca de atracción del régimen no es un entorno difuso alrededor de un valor medio, sino el conjunto preciso de secuencias $\{L_{(n)}\}$ tales que $B_p(n)$ y $B_f(n)$ permanecen dentro de sus cotas para todo n. Geométricamente, en el plano ($N_{(Vp)}$, $N_{(Vf)}$), estas secuencias se mantienen en torno a la recta que pasa por el origen con pendiente $N_{(Vp)}/N_{(Vf)} = \rho^*/(1-\rho^*) = P_lander / M_p_lander$; alejarse de esa recta de forma sostenida implica salir de la cuenca de atracción y perder la admisibilidad.

Consecuencia fundamental del Teorema 7 + Corolarios 7.1 y 7.2

Queda demostrado que:

1. La relación característica del régimen estacionario (Teoremas 5 y 6) no constituye una simple tendencia estadística del sistema.
2. Es la única relación compatible con la existencia de buffers finitos.
3. Toda desviación sostenida respecto de dicha relación introduce una deriva acumulativa en los buffers.
4. Toda deriva acumulativa conduce inevitablemente al vaciado o al desbordamiento de alguno de los buffers en un número finito de operaciones.
5. En consecuencia, la cuenca de atracción del régimen coincide exactamente con el conjunto de secuencias admisibles.

Por tanto, el régimen estacionario no constituye una opción de diseño ni una estrategia de operación: es una consecuencia inevitable de las restricciones físicas impuestas por la existencia de buffers finitos.

TEOREMA 8 — Existencia y unicidad del régimen estacionario con recursión logística (sin ISRU)

Enunciado

En ausencia de ISRU, el lander que opera entre LLO y SUP introduce recursión logística: por cada viaje de carga necesita realizar viajes adicionales de reabastecimiento para transportar a superficie el propelente necesario para su propio ascenso. Esta recursión modifica la relación característica del régimen estacionario del segmento LEO → LLO.

Sea **n = 1, 2, 3, ...** el índice discreto de eventos (orden de lanzamientos del segmento abastecedor, no tiempo continuo). Sea $\mathbf{S_{(n)}}$ el número de viajes $\mathbf{V_p}$ entre los primeros **n** viajes, de modo que $\mathbf{N(Vf,n) = n - S_{(n)}}$.

Una secuencia es admisible si los buffers del $\mathbf{Depot_{LLO}}$ satisfacen, para todo **n**:

$$\mathbf{0 \le Bp_{(n)} \le Cap_p}$$

$$\mathbf{0 \le Bf_{(n)} \le Cap_f}$$

donde $\mathbf{Bp_{(n)}}$ y $\mathbf{Bf_{(n)}}$ son las masas acumuladas en el buffer de carga y en el buffer de propelente respectivamente, definidas como:

$$\mathbf{Bp_{(n)} = Bp_{(0)} + [viajes\ V_p\ hasta\ n] \times P_{tug} - [descensos\ del\ lander\ hasta\ n] \times P_lander}$$

$$\mathbf{Bf_{(n)} = Bf_{(0)} + [viajes\ V_f\ hasta\ n] \times P_{tug} - [descensos\ del\ lander\ hasta\ n] \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)}$$

Entonces, toda secuencia admisible satisface necesariamente:

$\lim (n \to \infty) S_{(n)}/n = \rho^*$

donde:

$\rho^* = P_lander / (P_lander + M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander))$

Es decir: la fracción de viajes de carga del segmento abastecedor tiende necesariamente al valor **ρ^***, que es la eficiencia del tramo servido sin ISRU (Teorema 4). Cualquier razón distinta provoca el colapso de los buffers en tiempo finito.

Demostración

1. Como **$0 \leq Bf_{(n)} \leq Cap_f$** para todo **n**, la diferencia entre propelente entregado y propelente consumido está acotada por una constante independiente de **n**.

Por tanto:

$N(Vf,n) \times P_{tug} = N(Vp_lander,n) \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander) + O_{(1)}$

donde el término $O_{(1)}$ recoge la diferencia acotada entre lo entregado y lo consumido, absorbida por el buffer.

2. Usando la relación entre viajes del tug y viajes del lander:

$N(Vp_lander,n) = [S_{(n)} \times P_{tug}] / P_lander$

sustituimos:

$(n - S_{(n)}) \times P_{tug} = [S_{(n)} \times P_{tug} / P_lander] \times M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander) + O_{(1)}$

3. Dividiendo ambos miembros por **n** y tomando **$n \to \infty$**, el termino **$O_{(1)}/n \to 0$**

Si $\rho = \lim S_{(n)}/n$ existe, entonces:

$1 - \rho = \rho \times [M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)] / P_lander$

4. Despejando **ρ:**

$\rho = P_lander / [P_lander + M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)]$

Q.E.D.

Condiciones de validez

1. Los buffers del **$Depot_{LLO}$** tienen capacidad finita.
2. Los buffers no pueden tomar valores negativos ni superar su capacidad física.
3. Las relaciones **P_{tug}, P_lander y M_p_lander** permanecen constantes.
4. El **límite $\rho = \lim S_{(n)}/n$** se asume existente.

Corolario 8.1 — Colapso de las secuencias no admisibles

Si una secuencia mantiene una razón asintótica $\rho \neq \rho^*$, *entonces* $Bf_{(n)}$ *o* $Bp_{(n)}$ *presentan una deriva lineal en* n*, proporcional a* $|\rho - \rho^*|$. Como los buffers son finitos, esta deriva alcanza una cota en un número finito de pasos. Por tanto, ninguna secuencia con $\rho \neq \rho^*$ puede sostenerse indefinidamente.

Corolario 8.2 — Cuenca de atracción del régimen sin ISRU

La cuenca de atracción está formada por todas las secuencias $\{L_{(n)}\}$ tales que $Bp_{(n)}$ y $Bf_{(n)}$ permanecen dentro de sus cotas para todo n. En el plano $(N_{(Vp)}, N_{(Vf)})$, estas secuencias se mantienen en torno a la recta:

$$N_{(Vp)}/N_{(Vf)} = P_lander / [\, M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander\,)\,]$$

Alejarse de esta recta de forma sostenida implica abandonar la cuenca de atracción y colapsar el régimen.

Lectura global de Teorema 8

El Teorema 8 es la versión completa del Teorema 7 para el caso sin ISRU. Demuestra que:

1. La recursión del lander se transmite hacia arriba en la red.
2. El régimen estacionario del segmento abastecedor se modifica obligatoriamente.
3. La razón característica del régimen es el único valor que evita el colapso.
4. Cualquier desviación sostenida produce deriva lineal y colapso en tiempo finito.
5. La cuenca de atracción es el conjunto exacto de secuencias que mantienen los buffers acotados.

En consecuencia:

La recursión logística no modifica la naturaleza del régimen estacionario, sino únicamente su valor característico. La existencia de buffers finitos sigue imponiendo un único régimen admisible; la recursión del lander desplaza dicho régimen al incorporar el coste logístico adicional asociado al transporte del propelente de retorno.

Unificación con el Teorema 7 (caso límite ISRU = 100%)

Los Teoremas 7 y 8 no constituyen resultados independientes, sino dos casos particulares de un mismo principio matemático: **la existencia y unicidad del régimen estacionario impuesta por la acotación de los buffers del DepotLLO**.

Esto se verifica tomando el caso límite **$N_V_f_lander \to 0$** en el Teorema 8:

$\rho^* = P_lander / [\ P_lander + M_p_lander \times (1 + N_V_f_lander)\ ]$

Cuando **$N_V_f_lander \to 0$** (ausencia de recursión, propelente de ascenso disponible sin coste logístico — el caso ISRU = 100% ya identificado en el Corolario 1 del Teorema 6):

$\rho^* \to P_lander / (\ P_lander + M_p_lander\ )$

que es exactamente el resultado del Teorema 7.

En consecuencia, el Teorema 7 no es un caso distinto del Teorema 8, sino su caso particular: ambos son instancias de un único principio de necesidad, la acotación de los buffers del DepotLLO fuerza una razón única de equilibrio, aplicado a la demanda de propelente del tramo servido, sea esta demanda simple (**M_p_lander, con ISRU**) o recursiva (**M_p_lander × (1+N_V_f_lander**), sin ISRU).

RELACIÓN ENTRE ρ Y LA RAZÓN CARACTERÍSTICA DEL RÉGIMEN

A lo largo de los Teoremas 5 a 8 se han utilizado dos formas distintas para describir el mismo régimen estacionario.

La primera es la **razón característica del régimen**:

$N_{(Vp)} / N_{(Vf)}$

que expresa la relación entre los viajes destinados al transporte de carga y los viajes destinados al transporte de recursos operativos.

La segunda es la **fracción característica del régimen**:

$\rho^* = N_{(Vp)} / [N_{(Vp)} + N_{(Vf)}]$

que representa la fracción de todos los viajes del segmento abastecedor que corresponde a viajes de carga.

Ambas expresiones describen exactamente el mismo estado físico del sistema y contienen la misma información. La diferencia reside únicamente en la forma de representar el régimen.

La relación entre ambas se obtiene directamente a partir de la definición de **ρ***.

Partiendo de:

$\rho^* = N_{(Vp)} / [N_{(Vp)} + N_{(Vf)}]$

dividiendo numerador y denominador por $N_{(Vf)}$:

$$\rho^* = [N_{(Vp)}/N_{(Vf)}] / [1 + N_{(Vp)}/N_{(Vf)}]$$

Despejando:

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)} = \rho^* / (1 - \rho^*)$$

De forma equivalente:

$$\rho^* = [N_{(Vp)}/N_{(Vf)}] / [1 + N_{(Vp)}/N_{(Vf)}]$$

En consecuencia, ambas expresiones son completamente equivalentes y puede utilizarse cualquiera de ellas según resulte más conveniente.

La razón $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ resulta especialmente adecuada para el estudio de los balances logísticos y de la distribución de los flujos de carga y recursos operativos.

Por el contrario, la fracción ρ* resulta más natural en el análisis matemático de secuencias discretas y en la demostración de la existencia y unicidad del régimen estacionario, ya que representa directamente la fracción asintótica de viajes de carga dentro del conjunto total de operaciones.

En consecuencia, $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ y **ρ*** no representan dos propiedades distintas del sistema, sino dos manifestaciones equivalentes de un mismo régimen logístico estacionario. La primera describe la relación entre los dos tipos de viajes; la segunda expresa qué fracción del total de operaciones corresponde a viajes de carga.

EL VECTOR OPERATIVO ANUAL

Introducción

El Teorema 7 establece que, en régimen estacionario, la razón $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ converge necesariamente a su valor característico. Sin embargo, esa razón describe únicamente la estructura asintótica del régimen; no constituye todavía el objeto que debe programarse en la operación real de la red. En una simulación o en un plan anual de lanzamientos no se programa una razón, sino un conjunto concreto de operaciones: cuántos viajes de carga y cuántos viajes de reabastecimiento deben realizarse durante cada ciclo operativo.

Para describir ese estado operativo se introduce el **vector operativo anual, $V_{(t)}$**, definido a continuación. Como se demostrará en el Teorema 9, el nombre no es solo descriptivo: una vez que la red alcanza su régimen estacionario, $V_{(t)}$ se comporta exactamente como un vector en el sentido matemático estricto — un punto del plano ($N_{(Vp)}$, $N_{(Vf)}$) con una dirección fija (determinada por la física del sistema) y una única magnitud libre ($L_{(t)}$).

Una vez alcanzado el régimen estacionario este vector deja de poseer dos grados de libertad independientes. Su dirección queda fijada por la propia física del sistema, representada por la razón característica del régimen, y únicamente permanece libre su magnitud, determinada por el nivel de actividad logística deseado.

Definición — Vector $V_{(t)}$

Sea **t = 1, 2, 3, ...** el índice discreto de año operativo (temporada de lanzamientos), distinto del índice de evento **n** utilizado en el Teorema 7. El estado operativo de la red en el año **t** queda descrito por el vector:

$$V_{(t)} = (N_{(Vp,t)}, N_{(Vf,t)})$$

es decir, el número de viajes de carga y de reabastecimiento programados por el segmento abastecedor durante ese año. Este vector es el objeto que efectivamente se programa en una simulación o en un plan de lanzamientos, a diferencia de la razón asintótica $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$, que describe el comportamiento a largo plazo.

TEOREMA 9 — Reducción a un grado de libertad en régimen establecido

Enunciado

Una vez que la red ha alcanzado su régimen estacionario (cuenca de atracción del Teorema 7), el vector $V_{(t)}$ deja de tener dos componentes independientes. Queda determinado por un único escalar operativo:

$$L_{(t)} = N_{(Vp,t)} + N_{(Vf,t)}$$

el número total de lanzamientos del segmento abastecedor en el año **t**, mediante:

$$N_{(Vp,t)} = L_{(t)} \times \rho^*$$

$$N_{(Vf,t)} = L_{(t)} \times (1 - \rho^*)$$

donde $\rho^* = P_lander / (P_lander + M_p_lander)$ es una constante fija, determinada exclusivamente por el diseño del lander (Teorema 5), no por la operación.

Demostración

1. Por definición, $L_{(t)} = N_{(Vp,t)} + N_{(Vf,t)}$.
2. Por el Teorema 7, en régimen establecido toda secuencia admisible satisface $N_{(Vp,t)}/N_{(Vf,t)} = \rho^*/(1-\rho^*)$.
3. De (1) y (2): $N_{(Vp,t)} = \rho^* \times L_{(t)}$ y $N_{(Vf,t)} = (1-\rho^*) \times L_{(t)}$.

Q.E.D.

El Teorema 9 es válido bajo las siguientes condiciones:

1. La red ya alcanzó su régimen estacionario, es decir, se encuentra dentro de la cuenca de atracción definida en el Corolario 7.2. El teorema no describe el período de bootstrap o despliegue inicial de la red, donde $\mathbf{V_{(t)}}$ puede apartarse de esta reducción (ver más adelante la descomposición bootstrap/estacionario).

2. Las constantes P_lander y M_p_lander que determinan **ρ*** se mantienen fijas en el intervalo considerado. Si el lander cambia de modelo o de configuración, **ρ*** cambia con él, y $\mathbf{V_{(t)}}$ se realinea a la nueva dirección.

3. $\mathbf{N_{(Vp,t)}}$ y $\mathbf{N_{(Vf,t)}}$ son valores enteros en la operación real; la expresión $\mathbf{N_{(Vp,t)} = L_{(t)} \times \rho^*}$ debe entenderse como el valor medio hacia el cual se aproxima la programación anual, no como una igualdad exacta evento por evento (mismo carácter discreto señalado en las Observaciones del Teorema 5).

Observaciones

1. $\mathbf{V_{(t)}}$ como vector en sentido estricto

El nombre "vector" no es aquí una figura retórica. Una vez fijado **ρ***, $\mathbf{V_{(t)}}$ es, literalmente, un punto del plano $\mathbf{(N_{(Vp)}, N_{(Vf)})}$ contenido en la recta que pasa por el origen con pendiente $\mathbf{\rho^*/(1-\rho^*)}$ — la misma recta descrita en el Corolario 7.2. Dentro de esa recta, $\mathbf{L_{(t)}}$ es la única coordenada libre: es el escalar que multiplica al vector unitario de dirección fija $\mathbf{(\rho^*, 1-\rho^*)}$. En este sentido, $\mathbf{V_{(t)} = L_{(t)} \times (\rho^*, 1-\rho^*)}$: un vector de dirección constante y magnitud variable.

2. Qué significa, en términos operativos, tener un solo grado de libertad

Antes de establecer el régimen estacionario, alguien podría suponer que programar la red exige decidir dos cantidades por año: cuánta carga se manda y cuánto propelente se manda. El Teorema 8 muestra que esa aparente libertad de dos variables es ilusoria: apenas se fija cuánta carga se quiere entregar (o, equivalentemente, cuántos lanzamientos totales se van a realizar), la cantidad de propelente necesaria queda determinada, no es una decisión adicional.

Corolario 9.1 — Carga entregada como función lineal de $L_{(t)}$

La carga entregada en el año t es:

$$\mathbf{Carga(t) = N_{(Vp,t)} \times P_{tug} = L_{(t)} \times \rho^* \times P_{tug}}$$

Es decir, la capacidad de entrega de la red escala linealmente con el número total de lanzamientos anuales, con pendiente fija $\mathbf{\rho^* \times P_{tug}}$ determinada por el diseño del vehículo, no por la operación.

Corolario 9.2 — $\mathbf{L_{(t)}}$ como única variable de control

En consecuencia, una vez el régimen estacionario, no existe ninguna combinación de $\mathbf{N_{(Vp,t)}}$ **y** $\mathbf{N_{(Vf,t)}}$ que sea ajustable de forma independiente: ambas son la proyección de un único escalar $\mathbf{L_{(t)}}$ sobre la dirección fija $\boldsymbol{\rho^*}$ de la recta atractora (Corolario 7.2). La única forma de aumentar o disminuir el flujo de carga entregado en un año es aumentar o disminuir el número total de lanzamientos $\mathbf{L_{(t)}}$; no existe ninguna otra libertad operativa en este sentido.

Observación final

Las variables internas de la red (número de descensos del lander, número de viajes de reabastecimiento del lander en el caso sin ISRU, etc.) son también funciones derivadas de $\mathbf{N_{(Vp,t)}}$ mediante las relaciones ya establecidas en los Teoremas 5 y 6, y por tanto funciones derivadas, en última instancia, del mismo escalar $\mathbf{L_{(t)}}$. El vector operativo anual $\mathbf{V_{(t)}}$, en régimen estacionario maduro, es de un solo grado de libertad real.

GENERALIZACIÓN DEL VECTOR OPERATIVO

El vector definido en este capítulo constituye la representación mínima del régimen estacionario del segmento abastecedor. Sin embargo, una red logística completa comprende otras operaciones que también pueden expresarse como cantidades discretas por ciclo operativo.

En consecuencia, resulta natural definir un **vector operativo ampliado**, cuyas componentes representan el número anual de operaciones realizadas por cada tipo de vehículo o segmento de la red.

En su forma general:

$$\mathbf{V_{op(t)} = (N_{(Vp)}, N_{(Vf)}, N_{(Lp)}, N_{(Lf)}, N_{(Lup)}, N_{(Lret)}, N_{(Tret)}, \dots)}$$

donde:

- $\mathbf{N_{(Vp)}}$ representa los viajes de carga del segmento abastecedor.
- $\mathbf{N_{(Vf)}}$ representa los viajes de reabastecimiento del segmento abastecedor.
- $\mathbf{N_{(Lp)}}$ representa los descensos del lander transportando carga.
- $\mathbf{N_{(Lf)}}$ representa los descensos del lander destinados al transporte de propelente.
- $\mathbf{N_{(Lup)}}$ representa los ascensos del lander desde superficie.
- $\mathbf{N_{(Lret)}}$ representa los retornos del lander con carga.
- $\mathbf{N_{(Tret)}}$ representa los retornos del tug u otros vehículos reutilizables.

Cada componente representa el número de operaciones realizadas durante un ciclo completo del régimen.

En una arquitectura concreta podrán existir componentes adicionales o desaparecer algunas de las anteriores. La dimensión del vector dependerá de la complejidad de la red considerada.

Lo importante es que todas esas componentes **no constituyen variables independientes**. Una vez establecido el régimen estacionario, quedan determinadas por las relaciones estructurales de la red y, en última instancia, por el nivel de actividad logística representado por $\mathbf{L_{(t)}}$.

De este modo, el vector operativo constituye una descripción completa del estado anual de operación de la red y resume, mediante una única estructura matemática, todas las operaciones realizadas durante un ciclo.

TEOREMA 10 — Dimensionamiento mínimo de los buffers

Enunciado

Sea un buffer de una red logística segmentada que recibe y entrega masa mediante una secuencia discreta de operaciones admisible, perteneciente al régimen estacionario definido en los Teoremas 7 y 8.

Sea B(n) la masa almacenada en dicho buffer tras el n-ésimo evento de la secuencia.

Entonces, la capacidad mínima del buffer necesaria para garantizar la operación indefinida del régimen viene dada por:

$$\mathbf{C_{min} = max(B_{(n)}) - min(B_{(n)}) + \delta}$$

donde:

- $\mathbf{max(B_{(n)})}$ es el máximo nivel alcanzado por el buffer durante la secuencia considerada.
- $\mathbf{min(B_{(n)})}$ es el mínimo nivel alcanzado.
- $\mathbf{\delta > 0}$ es un margen de seguridad elegido por el diseñador que garantiza que el buffer nunca alcance el agotamiento completo durante la operación.

En consecuencia, la capacidad óptima de un buffer no depende de la masa total que circula por la red, sino únicamente de la amplitud de las oscilaciones producidas por la discretización de los flujos.

Demostración

Por definición, el contenido del buffer después del evento n viene dado por:

$$\mathbf{B_{(n)} = B_{(0)} + \Sigma\, Min_{(k)} - \Sigma\, Mout_{(k)}}$$

donde $\Sigma\, Min_{(k)}$ y $\Sigma\, Mout_{(k)}$ representan, respectivamente, la masa acumulada introducida y retirada del buffer hasta el evento n.

Durante el régimen estacionario, el contenido del buffer permanece acotado y oscila entre un valor mínimo y un valor máximo:

$$\mathbf{min(B_{(n)}) \leq B_{(n)} \leq max(B_{(n)})}$$

Para que la operación pueda mantenerse indefinidamente deben cumplirse simultáneamente dos condiciones:

- el buffer nunca debe agotarse;
- el buffer nunca debe superar su capacidad física.

La excursión máxima experimentada por el contenido del buffer durante la secuencia es, por definición,

$$\Delta B = \max(B_{(n)}) - \min(B_{(n)})$$

Por tanto, cualquier capacidad inferior a ΔB provocaría necesariamente el agotamiento o el desbordamiento del buffer para algún evento de la secuencia.

Añadiendo un margen operativo positivo δ, destinado a absorber incertidumbres de operación o criterios de diseño, se obtiene la capacidad mínima requerida:

$$C_{min} = \Delta B + \delta$$

es decir,

$$C_{min} = \max(B_{(n)}) - \min(B_{(n)}) + \delta$$

Q.E.D.

Condiciones de validez

- La secuencia considerada pertenece a la cuenca de atracción del régimen estacionario.
- Los buffers poseen capacidad finita.
- El contenido del buffer no puede tomar valores negativos.
- Las masas intercambiadas en cada operación están definidas por la arquitectura considerada.
- El margen δ constituye un parámetro de diseño y no una propiedad del régimen logístico.

Observaciones

1. El buffer como amortiguador

El teorema demuestra que el dimensionamiento de un buffer depende exclusivamente de la amplitud de las oscilaciones que debe absorber y no de la cantidad total de masa que atraviesa la red durante un ciclo operativo.

2. Capacidad óptima

Una capacidad superior a C_{min} no mejora el régimen logístico. Únicamente incrementa la masa estructural, el coste y la complejidad de la infraestructura sin aportar ninguna mejora en la estabilidad del régimen.

3. Independencia de la arquitectura

La expresión obtenida es completamente general. No depende del tipo de vehículo, del tipo de propelente ni de la geometría de la red. Únicamente requiere conocer la evolución temporal del contenido del buffer.

COROLARIO DE RETORNO — Perturbación marginal sobre el régimen unidireccional

El régimen estacionario caracterizado por los Teoremas 7, 8 y 9 describe una red estrictamente unidireccional: todo tug se descarta tras cumplir su función de transporte Tierra→Luna, y todo ascenso del lander es un reposicionamiento vacío. Los parámetros que caracterizan cada modelo (**ρ*, $N_{(Vp)}$, $N_{(Vf)}$**) se calculan sobre este régimen base.

El retorno de carga lunar a Tierra no constituye un régimen distinto ni exige recalcular **ρ***. Se trata como una perturbación discreta y opcional sobre el régimen base: uno de los tugs que, en el régimen unidireccional, se descartaría tras completar un viaje **Vp** o **Vf**, se retiene en LLO y se recarga con el propelente necesario para poner una masa P_{export} en trayectoria de reentrada hacia Tierra. En el mismo movimiento, uno de los ascensos vacíos del lander se convierte en un ascenso con carga lunar, que alimenta el buffer de carga lunar del cual se sirve la exportación.

Aplicando Tsiolkovski a la maniobra de inyección a reentrada del tug:

$$\mathbf{M_p_ret = (M_s_tug + P_{export}) \times (R_{ret} - 1),\ con\ R_{ret} = e^{(\Delta v_{ret} / (Isp \times g_0))}}$$

Para el Modelo 1, con M_s_tug ≈ 4,22 t, Isp = 340 s, Δv_{ret} = 900 m/s, y P_{export} = 15 t (composición interna: 10 t de carga útil neta más una cápsula de reentrada de aproximadamente 5 t, sin soporte vital, de escala comparable a una cápsula de carga tipo Dragon):

$$\mathbf{M_p_ret \approx 5{,}96\ t}$$

La composición interna de P_{export} (cuánto es cápsula, cuánto es carga neta) es una decisión de Modelo e Implementación, no una restricción teórica. Desde el punto de vista de la presente teoría, ambas forman una única masa exportada. Tsiolkovski depende únicamente de la masa total movida, no de su reparto interno.

El costo marginal de cada exportación, medido en fracción de un viaje Vf del segmento abastecedor (P_{tug} = 43,00 t):

$$\mathbf{\Delta N_{(Vf)} = M_p_ret / P_{tug} \approx 5{,}96 / 43{,}00 \approx 13{,}9\%}$$

Es decir, cada exportación de 15 t hacia Tierra cuesta aproximadamente el 14% de un viaje $\mathbf{V_f}$ — equivalente a sacrificar, en promedio, un viaje $\mathbf{V_f}$ completo por cada 7 exportaciones realizadas.

Operativamente, esto se ejecuta modificando puntualmente el vector anual: en vez del reparto nominal que satisface **ρ***, algunos años el vector se desvía levemente para acomodar el costo de una exportación. Esta desviación puntual no saca al sistema de la cuenca de atracción definida en el Corolario 7.2/8.2 —el régimen sigue siendo estable— siempre que el retorno se mantenga en la escala marginal aquí descrita y no se sistematice en cada ciclo.

Corresponde señalar que el Principio 3 (desacople de flujos, descarte del tug tras su función) admite esta excepción puntual: no todos los tugs se descartan; una fracción marginal de ellos se retiene para servir al retorno, sin que esto invalide el desacople de flujos como régimen general del segmento abastecedor.

Observación final — Contraste con el estado actual del arte

El costo aquí calculado —aproximadamente 14% de un viaje $\mathbf{V_f}$ ya existente, por cada 15 t exportadas— se compara con el de cualquier misión de retorno de muestras concebida como operación independiente: una misión dedicada, con su propio lanzamiento, su propia ventana de trayectoria, y típicamente diseñada para retornar una masa de muestras del orden de decenas de kilogramos, no de toneladas.

Ninguna arquitectura de exploración lunar actualmente en desarrollo contempla un mecanismo de retorno de carga a esta escala como subproducto casi gratuito de la operación logística regular. La diferencia no reside en la tecnología empleada, sino en el objeto de estudio. Mientras las arquitecturas tradicionales consideran el retorno como una misión independiente, la presente teoría lo interpreta como una **perturbación marginal** sobre un régimen logístico permanente. Bajo este enfoque, el retorno deja de constituir una arquitectura específica y pasa a ser una operación adicional integrada en una red logística ya existente.

Dicho mecanismo solo emerge con naturalidad cuando la arquitectura se piensa desde el inicio como una red de flujos desacoplados con tugs y buffers compartidos (Principio 3), y no como una sucesión de misiones independientes.

BIDIRECCIONALIDAD: REDES ACOPLADAS EN CONDICIÓN DE SIMETRÍA IDEAL

Introducción

Toda la teoría desarrollada hasta aquí describe una red unidireccional: masa que fluye desde la Tierra hacia la Luna, con un único atractor ρ* que gobierna el reparto entre viajes de carga y viajes de reabastecimiento. Esta sección explora qué ocurre cuando se levanta esa restricción y se admite un flujo de retorno —carga lunar hacia la Tierra— bajo una condición de contorno específica: producción ISRU lunar tan avanzada y autosuficiente que el propelente en la Luna deja de ser un recurso escaso, exactamente como ya se asume tácitamente para el propelente terrestre en toda la teoría precedente.

Bajo esa condición, la Luna deja de ser únicamente destino y pasa a ser también origen, con la misma propiedad de no-escasez de propelente que Tierra/LEO tiene en el resto de la teoría. De ahí se sigue que el flujo de retorno no es una corrección o un apéndice sobre la red de ida: es una segunda red unidireccional completa, con su propia estructura de flujos, que comparte infraestructura física (landers, tugs, $Depot_{LLO}$) con la primera.

Definición — Red A y Red B

Se define **Red A** como la red unidireccional Tierra → Luna ya desarrollada en los Teoremas 5, 6 y 7 (segmento abastecedor LEO→LLO mediante tug, tramo servido LLO→SUP mediante lander).

Se define **Red B** como la red unidireccional Luna → Tierra, construida en espejo: el mismo lander asciende desde SUP hasta LLO transportando carga lunar (en vez de descender transportando carga terrestre), y un tug —no descartado tras cumplir su función en **Red A**, sino retenido en LLO— se recarga con el propelente exacto necesario para inyectar esa carga en trayectoria de reentrada hacia la Tierra.

Bajo la condición de ISRU lunar simétrico, tanto el ascenso vacío del lander (necesario para reiniciar el ciclo de **Red A**) como el ascenso cargado (propio de **Red B**) consumen propelente producido localmente en SUP, sin costo logístico de transporte. En consecuencia, ninguna de las dos redes necesita la recursión del Teorema 4: ambas colapsan, en el nivel del lander, a la forma del Teorema 3.

Balance de Red B

El segmento abastecedor de **Red B** (LLO → Tierra) tiene la misma estructura que el de **Red A**, con dos tipos de viaje del lander hacia LLO:

- Vp_B: ascensos del lander con carga lunar, que alimentan el buffer P_{LLO}_Luna.
- Vf_B: ascensos del lander con propelente, que alimentan el buffer de F_{LLO} destinado a recargar el tug de exportación.

El tug de exportación consume Mp_{ret} de F_{LLO} por cada viaje de reentrada. Aplicando el mismo método de balance del Teorema 5:

$$\mathbf{N_{(Vp_B)} \times M_p_ret = N_{(Vf_B)} \times P_lander}$$

de donde:

$$\mathbf{N_{(Vp_B)} / N_{(Vf_B)} = P_lander / M_p_ret = \rho^*_B}$$

Esta es la razón característica de **Red B**, con la misma forma algebraica que ρ*_A = P_lander/M_p_lander de **Red A**, pero gobernada por un costo distinto: no lo que cuesta bajar con carga, sino lo que cuesta recargar el tug para la reentrada.

La restricción de acople

El lander es un recurso físico compartido entre ambas redes: cada descenso hacia SUP (propio de **Red A**) exige, tarde o temprano, un ascenso de vuelta hacia LLO —y ese ascenso sirve indistintamente a **Red A** (reposicionamiento vacío) o a **Red B** (V_p_B o V_f_B). Dado que **Red A**, bajo ISRU simétrico, no tiene recursión propia que exija ascensos vacíos, todo ascenso disponible puede dedicarse a **Red B**. La restricción topológica resultante es:

$$\mathbf{N_{(Vp_A)} = N_{(Vp_B)} + N_{(Vf_B)}}$$

Sustituyendo la razón de **Red B**:

$$\mathbf{N_{(Vp_A)} = N_{(Vp_B)} \times (1 + M_p_ret / P_lander)}$$

Esta ecuación muestra que la capacidad de exportación de **Red B** ($N_{(Vp_B)}$) queda determinada por la capacidad de descenso de **Red A** ($N_{(Vp_A)}$), descontado un factor (1 + M_p_ret/P_lander) que representa el costo, en viajes de lander, de sostener la recarga del tug.

Observación — Dos atractores, no uno

A diferencia del régimen unidireccional del Teorema 7, donde un único ρ* gobierna la totalidad del sistema, el sistema acoplado **Red A** / **Red B** queda gobernado por dos razones características independientes **(ρ_A y ρ_B)**, conectadas entre sí únicamente a través de la restricción de reparto del lander compartido. Ambas razones tienen la misma forma estructural (capacidad de transporte del lander sobre un costo de propelente), pero son numéricamente distintas salvo coincidencia de parámetros.

Hipótesis abierta— Oscilación entre regímenes

Con una sola red, el Teorema 7 garantiza que toda secuencia que satisface ρ* es admisible respecto de los buffers continuos del sistema (F_{LLO}, P_{LLO}). En el sistema acoplado, existen simultáneamente dos condiciones de admisibilidad (ρ_A y ρ_B) actuando sobre un mismo recurso discreto e indivisible, el inventario de landers/tugs disponibles en LLO, además de los buffers continuos ya conocidos. No hay garantía a priori de que satisfacer una condición no comprometa la otra.

Existe la intuición, no verificada aún, de que el sistema acoplado no converge a un único punto de equilibrio estable, sino que oscila entre al menos dos regímenes: uno en que el inventario de vehículos se drena sirviendo predominantemente a Red A, y otro en que se repone sirviendo predominantemente a Red B, en una alternancia recurrente.

Esta intuición carece por el momento de respaldo analítico o empírico. Queda pendiente determinar, en un desarrollo futuro:

- Si el fenómeno corresponde a una conmutación cualitativa entre estados discretos (un sistema con reglas de transición tipo autómata híbrido), o si es una única órbita de un sistema dinámico continuo de mayor dimensión (incorporando el inventario de vehículos como variable de estado adicional, junto a Bp y Bf), aún no identificada.
- Las condiciones sobre el tamaño del inventario de vehículos (grande, chico, variable) bajo las cuales el sistema acoplado admite una región de estabilidad conjunta, análoga a la cuenca de atracción del Corolario 7.2, pero en un espacio de estados ampliado.
- La verificación empírica mediante simulación, extendiendo el Vector de Control V_2 con las variables de Red B (exportación, ascenso con carga lunar, recarga del tug), bajo la restricción dura de inventario físico de vehículos disponible.

Esta sección queda deliberadamente abierta como punto de partida del trabajo futuro sobre bidireccionalidad, y no debe integrarse todavía al cuerpo formal de la Teoría del Régimen Logístico Tierra-Luna.

NOTA EDITORIAL — Dos horizontes para la bidireccionalidad

Lo desarrollado en esta sección corresponde a un caso límite teórico (ISRU lunar simétrico al terrestre, flujo de retorno comparable en frecuencia al flujo de ida) que **no** representa el horizonte inmediato de la red Tierra-Luna. En la práctica cercana, la asimetría de flujo es y será dominante: el flujo hacia la Luna gobierna la arquitectura, y el flujo de retorno es marginal en comparación.

En consecuencia, corresponde distinguir dos tratamientos, con dos alcances distintos:

1. **Tratamiento inmediato (integrable al cuerpo formal de la presente Teoría):** el flujo de retorno se trata como una perturbación marginal sobre la red unidireccional dominante Tierra→Luna, tal como se desarrolló en el corolario de retorno de tres términos: un costo adicional, pagado en pérdida de rendimiento (menor $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ efectivo), extraído de recursos ya existentes en el sistema (tugs excedentes en LLO, propelente de F_{LLO}). Este tratamiento no requiere el aparato de dos redes acopladas ni la noción de ρ^*_B, es una corrección de primer orden sobre la red unidireccional ya demostrada.
2. **Tratamiento de largo plazo (trabajo futuro, no integrado):** la sección de bidireccionalidad bajo simetría ideal desarrollada más arriba, que anticipa el caso en que ISRU lunar avanzado equipare al lunar con el terrestre y el retorno deje de ser marginal. Este tratamiento es, a su vez, el primer caso de estudio de una generalización mayor: la formalización de "Red Unidireccional" como objeto reutilizable, y de **LA RED** (arquitectura de sistema solar, con múltiples nodos — Marte, L2, estaciones en LEO— y múltiples **Redes Unidireccionales** acopladas

entre sí) como grafo de dichos objetos. La conjetura de oscilación entre regímenes, dejada abierta en esta sección, es probablemente la pregunta central de esa generalización futura, no un detalle menor del caso Tierra-Luna.

El presente Tratado se ocupa exclusivamente del punto 1. El punto 2 queda señalado como programa de investigación futuro.

MODELOS

CONCEPTO, MODELO E IMPLEMENTACIÓN: LA NATURALEZA INMATERIAL DE LAS REDES

Para comprender plenamente la naturaleza de las redes propuestas en esta Teoría, es necesario distinguir con precisión los **niveles de abstracción** en los que opera cada una. Esta separación no es un detalle metodológico: es la clave para identificar qué elementos son universales y cuáles dependen de circunstancias específicas.

El nivel conceptual, la Teoria

Las redes no son hardware. No son un diseño. No son un conjunto de piezas. **Las redes son un concepto.**

Un concepto robusto que puede representarse mediante modelos, implementarse mediante ingeniería y ejecutarse físicamente en el entorno lunar. Pero cada nivel tiene propiedades, responsabilidades y grados de libertad distintos.

Hasta aquí hemos descrito las redes en términos operativos —nodos, conexiones, energía, propelentes, datos, movilidad—, pero es fundamental aclarar su esencia: **una red es, ante todo, una estructura lógica inmaterial**, un marco mental para organizar recursos, flujos y capacidades. Una arquitectura abstracta que existe independientemente de los dispositivos que la implementen.

El hardware, landers, reactores, tuberías, bombas, antenas, es solo una manifestación física del concepto. Una forma posible entre muchas. Una implementación contingente, no la red en sí.

Las redes abarcadas en esta Teoría poseen propiedades emergentes que no dependen del tamaño de los landers, del tipo de reactor, del fabricante, del propelente, del diseño de las mangueras ni de ninguna tecnología puntual. **Resiliencia, escalabilidad, redundancia, flexibilidad y estandarización** provienen de la estructura conceptual de la red, no del hardware.

Una red es más que sus componentes: **es la relación entre ellos**.

Modelos: representaciones posibles del concepto

A partir del concepto pueden construirse **Modelos**. Un modelo es una representación concreta, una forma de materializar la idea en un conjunto de elementos físicos o parámetros operativos.

Un modelo puede usar landers hipergólicos, otro criogénicos; uno puede basarse en reactores Kilopower, otro en reactores modulares europeos; uno puede emplear paneles solares y baterías, otro tuberías rígidas en vez de mangueras flexibles. Todos ellos son válidos si respetan las condiciones de contorno de esta Teoria.

En un modelo pueden referenciarse, como ejemplo y para facilitar la “imagen mental” de dicho modelo al lector, uno o más componentes de harware, como ser motores, un modelo de reactor nuclear, determinado cohete portador. Solo es una referencia. Un ejemplo. **El Modelo no depende de ningún hardware en particular.**

Implementaciones: el dominio de la ingeniería

La implementación es la traducción del modelo a hardware real. Aquí intervienen ingenieros, técnicos, fabricantes, agencias, presupuestos, materiales, tolerancias, protocolos y certificaciones. Es el nivel donde se decide qué diámetro tiene una manguera, qué aleación se usa, qué bomba impulsa el N_2O_4, qué protocolo se emplea para las comunicaciones, qué válvulas se instalan o qué motor se monta sobre qué lander.

Este nivel **no es el objetivo de esta Teoria**, ni corresponde a mis capacidades ni a mi rol. Esta Teoría no pretende canonizar ninguna implementación específica.

Ejecución: la operación física

La ejecución es la construcción y operación real de una implementación. Aquí intervienen astronautas, robots, polvo lunar, desgaste, mantenimiento, cronogramas, presupuestos, fallos reales y logística diaria. Es el nivel más contingente, el más dependiente de la realidad física y el menos relevante para la teoría.

La clave: cada nivel tiene sus propias propiedades emergentes

- Las oscilaciones y la eficiencia de la Red Logistica → **emergen del concepto**.
- La capacidad de carga y el rendimiento → **emergen del modelo**.
- Los costes → **emergen de la implementación**.
- Los fallos reales y la operatividad → **emergen de la ejecución**.

Esta separación es lo que permite construir una teoría general, independiente del hardware y del tiempo.

ACLARACIÓN SOBRE EL USO DE ε EN ESTA TEORÍA

La fracción estructural (ε)

El resultado real no depende solo del Isp en ecuación de Tsiolkovski, sino también de la **masa estructural** del vehículo, y particularmente de la **fracción estructural**

$$\varepsilon = M_{dry} / (M_{dry} + M_{prop})$$

ε cuantifica la penalización estructural total del sistema: tanques, aislamiento, gestión térmica, bombas, válvulas, estructura de soporte, etc.

En la elaboración de los teoremas de esta Teoría no se asume ningún valor particular de ε. La teoría es válida para cualquier **ε ∈ (0,1)**, y la determinación de un valor específico, sea cual fuere su origen o justificación, está formalmente fuera del alcance de la Teoría.

Sin embargo, para construir **Modelos** y para ilustrar conclusiones, es necesario elegir valores concretos de ε. Tales valores pueden reemplazarse por otros sin afectar la validez de la Teoria.

Cualquier valor de ε es siempre un estimado. Para conocerlo con precisión absoluta sería necesario diseñar, fabricar y probar el vehículo en el espacio. En ese momento, ε deja de tener relevancia teórica y pasa a ser simplemente una característica del hardware.

Elegir un valor de ε es una necesidad del modelo, no de la Teoría. Las críticas a un valor concreto se aplican al modelo, nunca a la Teoría general.

El valor real de ε afecta solo resultados cuantitativos, no cualitativos. Un lander con ε mejor será más eficiente; uno peor, menos eficiente. Pero la estructura teórica permanece intacta.

Por lo tanto, aunque cada elección de ε en un modelo es discutible, **comparar modelos con distintos valores de ε permite identificar comportamientos generales de la red**, que sí pueden incorporarse a la Teoría como conclusiones cualitativas independientes de cualquier ε específico.

VALORES ADOPTADOS DE Ɛ EN LOS MODELOS DE ESTA TEORÍA

En el contexto de vehículos reutilizables cislunares, un vehículo debe operar durante años, soportando múltiples ciclos, almacenamiento prolongado y penalizaciones adicionales, requiere consideraciones más complejas.

Para el caso de landers de **larga permanencia en el espacio cislunar** (semanas, meses o años en el espacio), adoptamos los siguientes valores:

Propulsión	Isp (s)	ε (fracción estructural)	Razones principales
Hipergólico	~340	**0.26**	Alta densidad de propelentes → tanques compactos. Almacenamiento indefinido → sin boil-off. Ausencia de criogenia → sin aislamiento multicapa, sin criocoolers. Infraestructura térmica mínima.

Propulsión	Isp (s)	ε (fracción estructural)	Razones principales
Metalox	~380	**0.32**	Densidad intermedia. Requiere aislamiento moderado y gestión térmica parcial. Boil-off lento pero presente. Aún así, viable para permanencias de varios meses.
Hidrolox	~450	**0.45** (o peor)	Densidad extremadamente baja del LH_2 → tanques de gran volumen, pesados. Requiere aislamiento multicapa, criocoolers, gestión activa del boil-off. Líneas térmicas, redundancia, mayor complejidad energética.

Un sistema hidrolox verdaderamente reutilizable y de larga permanencia (años de funcionamiento en el espacio) probablemente termine con ε mayor que 0.45 una vez que se incluyen en la masa seca: criocoolers, potencia adicional, redundancia de sistemas, blindaje contra micrometeoritos, sistemas de reliquefacción, tuberías extra para gestión de vapor, y protecciones térmicas adicionales.

Upper stage hidrolox desechable — ε = 0.09

Operan durante minutos u horas, no durante semanas o meses. No requieren criocoolers, ni redundancia térmica, ni blindaje, ni sistemas de reliquefacción, ni aislamiento multicapa para permanencia prolongada. Su masa estructural es mínima y su vida útil muy corta. Por ello, η = 0.09 es un valor adecuado para representar upper stages hidrolox que se descartan poco después del lanzamiento.

Tug hipergólico — ε = 0.20

Este valor refleja que el tug hipergólico es un vehículo **semi desechable**, sin patas, sin tren de aterrizaje y con una estructura más simple que la de un lander. La alta densidad de los propelentes y la ausencia total de criogenia permiten tanques compactos, sin aislamiento multicapa, sin criocoolers y sin líneas térmicas. El tug se utiliza para transportar carga o propelente hacia LLO y, en algunos casos, puede recargarse una única vez para enviar carga hacia una trayectoria de reentrada terrestre, desintegrándose posteriormente en la atmósfera. Por estos motivos, η = 0.20 es un valor razonable.

Tug metalox — ε = 0.26

Comparte algunas de las las penalizaciones criogénicas del lander metalox, pero carece de tren de aterrizaje y estructura de contacto con superficie. Su permanencia orbital prolongada exige aislamiento y gestión térmica moderada, pero su arquitectura es más simple que la del lander, por ser un vehículo **semi desechable.** El tug se utiliza para transportar carga o propelente hacia LLO y, en algunos casos, puede recargarse una única vez para enviar carga hacia una trayectoria de reentrada terrestre, desintegrándose posteriormente en la atmósfera Por estos motivos, η = 0.26 es un valor consistente con su función logística.

Con los fundamentos declarados —el estatuto de ε, los valores adoptados y su justificación— ya no falta ningún ingrediente conceptual. Lo que sigue es construir, número por número, el primero de los cinco modelos: no el único posible, pero sí uno completo, real, que un ingeniero podría empezar a presupuestar mañana mismo.

MODELO 1 — Nodo en LLO - 150T en LEO – HIPERGÓLICO Isp=340s

Nota preliminar

La teoría no prescribe un modelo único ni establece preferencias entre los modelos posibles. Cada modelo es una instancia válida de la teoría, definida por decisiones de diseño que la física restringe pero no determina unívocamente. Para explicar el método constructivo de los modelos, es necesario desarrollar uno en particular. La elección del Modelo 1 obedece exclusivamente a preferencias personales del autor.

METODO PARA LA CONSTRUCCION DEL MODELO

(generalizable para los otros 4 modelos)

Por la aplicación de los principios 1 y dos, definimos los nodos del modelo, y establecemos la segmentación del delta V total.

Los cuatro nodos del sistema. Topología

Nodo 1 — Tierra
Punto de origen de toda masa que entra al sistema. Aquí se producen, ensamblan y preparan los vehículos, el propelente y la carga útil. Se corresponde con las instalaciones de lanzamiento de los portadores y la recogida en el océano de las capsulas de reentrada de las cargas enviadas desde la Luna.

Nodo 2 — LEO
Órbita baja terrestre. Punto de inicio del tránsito cislunar. Desde aquí una upper stage criogénica coloca el payload y el tug hipergólico (o lander) en trayectoria translunar (TLI). Es el nodo donde la gravedad terrestre deja de ser el factor dominante.

Nodo 3 — LLO
Órbita lunar baja a 100 km de altitud. Nodo central del régimen. Aquí reside el Depot principal, que almacena propelente y carga útil. Es el punto de transferencia entre el tug cislunar y el lander lunar.

Nodo 4 — Superficie lunar
Destino final de la carga útil y punto de origen de la exportación lunar. Aquí reside el depósito de superficie, que almacena el propelente necesario para los ascensos del lander, y donde opera una planta ISRU (Operativa a partir del Año 4 para los cuatro modelos presentados).

Segmentacion: (de acuerdo al Principio 1)

Tierra → LEO: 9.500 m/s, cohete portador

LEO → TLI: 3.100 m/s, upper stage criogénica desechable

TLI → LLO (LOI): 950 m/s, tug hipergólico reutilizable

LLO → SUP: 1.900 m/s, lander hipergólico reutilizable

SUP → LLO: 2.000 m/s, lander hipergólico reutilizable

PARAMETRIZACION DE LOS VEHÍCULOS:

Segmento Tierra → LEO:

Este modelo asume la utilización de un portador con capacidad para colocar 150 toneladas de carga en LEO (órbita terrestre baja, 185 x 185 Km). Es lo que define el nombre de cada modelo. La cantidad de carga que el portador coloca en leo. No necesitamos saber ninguna otra cosa del portador. Cualquier portador, desde cualquier Centro Espacial es válido con esta única condición.

SEGMENTO 1 — LEO → TLI: la upper stage que no necesita sobrevivir

Salimos de LEO con las 150 toneladas que el portador acaba de dejar ahí. La primera decisión de diseño del modelo está tomada antes de que aparezca ninguna ecuación: para este tramo, y solo para este tramo, usamos hidrolox.

No es casualidad. Es consecuencia directa de los Principios 4 y 6: este es el Δv más exigente de toda la red —3.100 m/s—, y a esa exigencia le conviene el impulso específico más alto disponible. Pero hay una segunda razón, menos citada y igual de importante: esta etapa no tiene que sobrevivir. Nace, cumple su función en menos de 180 minutos —dos órbitas, no más—, y se descarta. No tiene que lidiar con boil-off de meses, ni con radiación acumulada, ni con ciclos térmicos de años. Puede permitirse ser frágil, liviana, optimizada al límite — porque su vida entera dura lo que dura un partido de fútbol.

Vamos a usar 4 motores Rocketdyne RL10C-X, Isp = 461 s. Tanques de aluminio-litio, o incluso de fibra de carbono si la implementación lo permite —la teoría no elige por nosotros, pero el modelo sí necesita decidir algo, y esto es lo que decide.

Y necesitamos un último número antes de poder calcular: la fracción estructural ε. Acá conviene ser honesto sobre lo que estamos haciendo — no estamos midiendo un vehículo que existe, estamos *apostando* a uno que todavía no se construyó. Elegimos ε = 0,09: optimista, pero no descabellado para la tecnología actual. Si algún ingeniero real termina con un ε peor, el modelo no se rompe — solo entrega menos. La teoría es indiferente a este número. El modelo, no.

Con eso, ya podemos calcular.

Datos de entrada
Masa total inicial en LEO: 150 t
Payload a entregar en TLI: 68 t
Fracción estructural (ε): 0,090
Isp: 461 s

1. Masa disponible para estructura y propelente

$m_0 = M_s + M_p + \text{Payload}$
$150\ t = M_s + M_p + 68\ t$
$Ms + M_p = 82\ t$

2. Masa seca

$\varepsilon = M_s / (M_s + {}_{Mp})$
$0{,}090 = M_s / 82\ t$
$M_s \approx 7{,}38\ t$

3. Masa de propelente

$M_p = 82 - 7{,}38 \approx 74{,}62$ t

4. Masa final tras la quema

$m_f = M_s + \text{Payload} = 7{,}38 + 68 \approx 75{,}38$ t

5. El Δv que efectivamente entrega

$\Delta v = Isp \times g0 \times \ln(m_0/m_f)$
$m_0/m_f = 150/75{,}38 \approx 1{,}989$
$\ln(1{,}989) \approx 0{,}688$
$\Delta v = 461 \times 9{,}806 \times 0{,}688 \approx$ **3.112 m/s**

Y ahí está: 3.112 m/s, apenas por encima de los 3.100 que el tramo exigía. El vehículo no sobra ni falta — está dimensionado en el filo exacto de lo necesario, que es justo lo que el Principio 4 pedía.

Resultado del tramo

Masa inicial: 150,00 t | Masa final: 75,38 t | Δv disponible: 3.112 m/s | Payload entregado en TLI: **68,00 t**

UPPER STAGE CRIOGÉNICA — parámetros del vehículo

$\varepsilon = 0{,}09$ | $M_s = 7{,}38$ t | $M_p = 74{,}62$ t | Isp = 461 s | LOX/LH2 | 4 × RL10C-X

De las 150 toneladas que salieron de la Tierra, 68 llegan a TLI. El resto —82 toneladas— quedó atrás, entre estructura descartada y propelente quemado. Ese es el primer peaje de la red, y es el más caro de todos: cuesta más del 50% de la masa inicial. El siguiente tramo, con el tug, va a mostrar algo distinto — un vehículo que no se descarta, que se queda trabajando en la red. Ahí es donde el régimen empieza a parecerse a lo que esta teoría realmente describe.

Segmento TLI → LLO (LOI): el vehículo que devuelve carga a la Tierra.

La upper stage acaba de dejar 68 toneladas en TLI, y ahí termina su historia — se descarta, cumplió su función en menos de tres horas. Lo que sigue es distinto: el primer vehículo de todo el modelo que no muere al llegar. El tug entra en LLO, entrega su carga, y se queda ahí, disponible, para lo que la red necesite después. Es la primera pieza de infraestructura permanente que aparece en esta historia.

Para este tramo, 950 m/s, mucho más modesto que los 3.100 del segmento anterior, el hidrolox ya no tiene sentido: es un motor pensado para grandes saltos de energía, no para maniobras cortas y repetidas durante años. Acá entra el hipergólico, con su

ventaja silenciosa de siempre: no hay boil-off que gestionar, no hay que mantener nada a -253°C mientras el vehículo espera semanas en órbita a que le toque el próximo viaje. Usamos el motor Aestus II, Isp=340s. Y una fracción estructural ε=0,20 — más alta que la de la upper stage, porque este vehículo tiene que sobrevivir mucho más que 180 minutos: va a realizar el LOI en LLO y permanecer en espera por meses o años.

Este space truck, de aquí en más, Tug, cumple dos funciones:

- Entrega el payload neto (carga o propelentes) al depósito ubicado en el nodo LLO (órbita lunar baja) y se queda allí, disponible para otras funciones.
- Se reabastece con el propelente necesario, se carga con payload proveniente de la Luna y lo impulsa a una trayectoria de reentrada a la Tierra.

Este diseño cumple con los Principios 1, 2, 3, 4, 5, y 6.

SPACE TRUCK (TUG) – El vehículo para los vuelos V_f y V_p

Datos de entrada
Masa total en TLI: 68 t
Δv requerido: 950 m/s
Isp: 340 s
Fracción estructural (ε): 0,20

1. La relación entre masa seca y propelente

De $\varepsilon = M_s/(M_s+M_p) = 0{,}20$ se despeja directamente:
$M_s = 0{,}25 \times M_p$

2. El mass ratio que exige la maniobra

$\Delta v/(Isp \times g0) = 950/3.335{,}4 \approx 0{,}285$
$M_0/M_f = e^{0{,}285} \approx$ **1,330**

3. Masa final tras la quema

$M_f = 68/1{,}330 \approx$ **51,13 t** (esto es M_s+P, todavía sin separar)

4. El propelente consumido

$M_p = 68 - 51{,}13 \approx$ **16,87 t**

5. La masa seca, ahora sí despejada

$M_s = 0{,}25 \times 16{,}87 \approx$ **4,22 t**

6. Lo que finalmente llega a LLO

$P = 51{,}13 - 4{,}22 \approx$ **46,91 t**

Y ahí está el primer número que vale la pena detenerse a mirar: de las 68 toneladas que salieron de TLI, **46,91** llegan a LLO como carga entregable — muchísimo más que el peaje brutal que pagó la upper stage en el tramo anterior (68 de 150, más del 50% perdido). El tug es, comparativamente, casi gratis.

Resultado del tramo

Masa inicial: 68,00 t | Masa final: 51,13 t | Δv disponible: 950 m/s | Payload entregado en LLO: **46,91 t**

TUG HIPERGÓLICO — parámetros del vehículo

ε = 0,20 | M_s = 4,22 t | M_p = 16,87 t | Isp = 340 s | Hipergólico | Aestus II / Rocketdyne RS-72

SEGMENTO 3 — TLI → SUP: el caso que define al lander

Hay una pregunta que todavía no respondimos: ¿de dónde salen los parámetros del lander —su masa seca, su capacidad de propelente— que usamos en el resto de esta red? No los inventamos. Los derivamos de un caso concreto, el más exigente de todos: un envío directo desde TLI hasta la superficie lunar, sin pasar por LLO, sin ayuda del tug. Es una operación real y útil, sirve para el bootstrap inicial de la base, antes de que exista ninguna infraestructura, y para un envío de emergencia si alguna vez hiciera falta saltarse toda la red, pero aquí cumple, además, otra función: al exigirle al lander el trayecto completo de una sola vez, este caso revela su capacidad máxima real.

Δv total: 2.800 m/s. El mismo motor Aestus II para las maniobras orbitales y el descenso, más motores Sierra Space VRM5500-H para la fase final de aterrizaje de precisión. Y una fracción estructural ε=0,26, la más alta de los tres vehículos de este modelo, porque el lander es el que más tiene que aguantar: contacto con el regolito, ciclos térmicos extremos entre el día y la noche lunar, años de operación sin taller cerca.

Segmento TLI → SUP: el vehículo que se queda a trabajar.

Datos de entrada
Masa total en TLI: 68 t
Δv total: 2.800 m/s
Isp: 340 s
Fracción estructural (ε): 0,26

1. La relación entre masa seca y propelente

De ε=0,26: $M_s \approx 0{,}35135 \times M_p$

2. El mass ratio

$\Delta v/(Isp \times g0) = 2.800/3.335,4 \approx 0,839$
$M_0/M_f = e^{0,839} \approx$ **2,315**

3. Masa final

$M_f = 68/2,315 \approx$ **29,37 t**

4. El propelente que exige un salto de esta magnitud

$M_p = 68 - 29,37 \approx$ **38,63 t**

Más del doble que el tug, para un Δv que apenas triplica al suyo — la no linealidad de Tsiolkovski, otra vez, cobrando su peaje.

5. Masa seca

$M_s \approx 0,35135 \times 38,63 \approx$ **13,57 t**

6. Lo que finalmente llega a la superficie

$P = 29,37 - 13,57 \approx$ **15,80 t**

Resultado del tramo

Masa inicial: 68,00 t | Masa final: 29,37 t | Δv disponible: 2.800 m/s | Payload entregado en superficie: **15,80 t**

LANDER HIPERGÓLICO — parámetros del vehículo

$\varepsilon = 0,26$ | $M_s = 13,57$ t | $M_p = 38,63$ t | Isp = 340 s | Hipergólico

Con esto quedan fijados los tres vehículos del Modelo 1: la upper stage que se sacrifica en tres horas, el tug que se queda a trabajar, y el lander cuya capacidad real acabamos de descubrir exigiéndole el trayecto más duro que jamás tendrá que hacer en la operación normal de la red.

Operación nominal del lander dentro del régimen

El caso que acabamos de resolver —TLI hasta la superficie, de un solo salto— fue deliberadamente el más duro que el lander enfrentará jamás. Le sirvió para revelar su capacidad máxima, pero no es lo que hace todos los días. Una vez que la infraestructura ya existe, el lander deja de cargar con la travesía completa: opera exclusivamente entre LLO y la superficie, ida y vuelta, una y otra vez.

Y acá aparece algo que vale la pena señalar antes de calcular: la propia Teoría demuestra que el rendimiento de un tramo es invariante respecto al tamaño del vehículo. Eso significa que dimensionar el lander por su caso más exigente —como hicimos— no es solo prudente: es el criterio correcto. Cualquier misión más liviana que esa queda automáticamente cubierta, sin necesidad de recalcular nada.

LANDER — LLO → SUP, el descenso de carga.

Con el vehículo ya dimensionado — M_s=13,57 t, M_p=38,63 t, fijados por el caso extremo TLI→SUP — falta la pregunta que realmente sostiene la operación diaria de la red: partiendo de LLO, con el tanque lleno, ¿cuánta carga entrega el lander en cada descenso?

Datos de entrada
Masa seca: M_s = 13,57 t
Propelente disponible: M_p = 38,63 t
Δv del descenso LLO→SUP: 1.900 m/s
Isp: 340 s

1. El mass ratio

Δv/(Isp×g0) = 1.900/3.335,4 ≈ 0,570
M_0/M_f = e^0,570 ≈ **1,768**

2. Masa final tras el descenso

$M_0 = M_s+M_p+P$ = 13,57+38,63+P = 52,20+P
$M_f = M_s+P$ = 13,57+P

De M_0/M_f = 1,768:
52,20+P = 1,768×(13,57+P)
52,20+P = 23,99+1,768P
52,20−23,99 = 1,768P−P
28,21 = 0,768P
P ≈ 36,73 t

Resultado del tramo

Masa inicial: 52,20 t + P | Δv disponible: 1.900 m/s | **Carga entregada en superficie: 36,73 t**

Ahí está el número que faltaba, y es el que de verdad importa: en su operación normal,no en el caso extremo que usamos para dimensionarlo, sino en el ciclo que se repite mes tras mes, el lander baja **36,73 toneladas** de carga por viaje. Compará esto con las 15,80 t que entregaba en el caso extremo TLI→SUP: con menos Δv que cubrir (solo el tramo LLO→SUP, no la travesía completa), el mismo tanque lleno rinde más del doble de carga útil. Ese es, en una sola cifra, el motivo por el que la red existe:

dividir el viaje en tramos especializados no es solo prolijo — es lo que hace que la carga útil se dispare.

Con este número, el ciclo completo del lander queda cerrado del todo: baja 36,73 t cargado, sube 11,15 t de propelente para el ascenso vacío, y vuelve a LLO listo para repetir.

LANDER — SUP → LLO, el asceso vacio del lander a LLO.

Solo falta una pieza: ¿cuánto propelente necesita el lander para el tramo de vuelta —el ascenso vacío desde la superficie hasta LLO, sin nada de carga, solo para reposicionarse y quedar listo para el próximo ciclo?

Datos de entrada
Masa seca del lander: $M_s \approx 13{,}57$ t
Δv del ascenso: 2.000 m/s
Isp: 340 s

1. La ecuación de Tsiolkovski, aplicada al vehículo vacío

Acá no hay carga que restar ni masa que repartir entre tres términos, solo estructura y el propelente necesario para moverla. $M_0 = M_s + M_p$, $M_f = M_s$.

2. El mass ratio

$\Delta v/(Isp \times g0) = 2.000/3.335{,}4 \approx 0{,}600$
$M_0/M_f = e^{0{,}600} \approx$ **1,822**

3. Despejando el propelente

$(13{,}57 + M_p)/13{,}57 = 1{,}822$
$M_p \approx 13{,}57 \times 0{,}822 \approx$ **11,16 t**

Resultado del tramo

Masa inicial del ascenso: 24,72 t | Masa final en LLO: 13,57 t | Propelente consumido: **11,15 t**

Con este número, el ciclo del lander queda completo: baja con hasta 36,73 t de carga (su capacidad nominal en operación LLO→SUP, distinta del caso extremo TLI→SUP que usamos para dimensionarlo), entrega, repostea en superficie solo lo que necesita para subir —estas 11,15 t—, y vuelve a LLO vacío, listo para el próximo viaje. Ese es el ciclo que, repetido mes tras mes, sostiene el régimen completo.

COMO OPERA EL MODELO

Asumimos para este modelo (y también para los restantes) una cadencia de lanzamientos mensual. Doce al año. El año será nuestra unidad operativa de tiempo. Eso es una frecuencia que no introduce tensiones operativas. Permite operar desde una sola plataforma de lanzamiento, con costes e infraestructura razonable. Y permite también asumir inconvenientes y retrasos sin poner en peligro la operatoria anual de la red. Un lanzamiento y dos o tres operaciones internas (landers y tugs) por mes es una forma de operar razonable y segura. Nada impide acelerar o ralentizar el proceso en caso de aumentos o restricciones en la demanda de transporte.

Un primer paso en el establecimiento de la red es la colocación del DepotLLO en órbita lunar baja.

Una vez establecida la red y durante su funcionamiento estable, se procede a realizar un lanzamiento cada 31 dias, en promedio. Si el lanzamiento corresponde a un vehículo de combustible (V_f), el propelente se transfiere al DepotLLO y queda disponible para las operaciones internas de la red. Si corresponde a un vehículo de carga útil (V_p), la carga se redistribuye entre los landers disponibles y el excedente permanece almacenado en el nodo LLO hasta ser requerido. De manera independiente a las llegadas se realizan las operaciones internas de la red, los descensos de landers cargados de carga útil o propelente a la superficie lunar y su retorno a LLO. No se acumulan más de 2 o 3 operaciones por mes.

Desde el punto de vista logístico, la red sustituye la sincronización por inventario. Los depósitos intermedios almacenan carga útil y propelente, desacoplando temporalmente los lanzamientos desde la Tierra de las operaciones internas entre nodos. Como consecuencia, cada operación puede ejecutarse cuando resulte conveniente, siempre que exista inventario suficiente, sin depender de ventanas críticas ni de cadenas de eventos estrechamente sincronizadas. La red deja de comportarse como una sucesión de misiones individuales y pasa a funcionar como un sistema logístico continuo.

No hay frenéticas secuencias de lanzamientos acoplados unos con otros, con puntos de no retorno encadenados. Los flujos circulan desacoplados, no se necesita operar en forma precipitada, las operaciones no están encadenadas una a otras. Todo muy repetitivo. Todo muy monótono. Todo muy industrial y aburrido.

Cuando se acumula una cantidad de carga que lo justifique, se procede a intercalar un viaje de retorno de carga a la Tierra. En este modelo se devuelven una 10 t de carga introducidas en una capsula de reingreso. La misma se acomoda en un lader antes de que este retorne a LLO. En este caso retorna con la capsula cargada y la transfiere a uno de los tugs que han quedado disponibles después de ejercer su función de ejecutar LOI con la carga procedente de la Tierra. Ese tug pone la cápsula en trayectoria de reentrada a la Tierra y posteriormente se destruye durante la reentrada atmosférica.

Esta operación también está completamente desacoplada temporalmente del resto de operaciones. Se puede posponer o adelantar sin producir ningún efecto en el funcionamiento normal de la red. El retorno no responde a un calendario fijo, sino a la acumulación suficiente de carga.

Así respira el Modelo 1: aburrido, monótono, industrial, exactamente como tiene que ser un régimen que se sostiene en vez de arriesgarse. Pero 150 toneladas en LEO y propelente hipergólico son una elección entre varias, no la única. La Teoría no describe un modelo: describe un espacio de modelos posibles, y el método que acabamos de recorrer, nodos, segmentación, parametrización vehículo por vehículo, es exactamente el mismo para cualquier otro punto de ese espacio.

MODELOS POSIBLES: CINCO INSTANCIAS DE LA TEORÍA

La teoría del Régimen Logístico Tierra–Luna no prescribe un modelo único. Describe un espacio de modelos posibles. Cada modelo es una instancia concreta de la teoría, definida por cuatro variables independientes:

1. **Nodo orbital**: LLO o NRHO
2. **Propelente**: hipergólico o metalox
3. **Escala**: masa total del sistema (100T o 150T)
4. **Capacidades derivadas**: depot, tanques de lander, payload por operación

A continuación se presentan cinco modelos que han sido formalizados y verificados mediante simulación. Cada uno satisface los ocho axiomas y opera según los principios derivados. Cada uno es físicamente realizable, topológicamente coherente y operativamente estable.

La siguiente tabla recoge los parámetros de diseño de los cinco modelos. Cada columna corresponde a un modelo distinto. Los parámetros que varían entre modelos se indican con un sombreado en la tabla; los que permanecen invariantes se muestran en texto normal. El lector encontrará en el Anexo correspondiente el desarrollo completo de cada modelo, incluyendo la derivación de las masas de los vehículos y las capacidades operativas.

---

1. TABLA COMPARATIVA DE MODELOS

Parámetro	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
Nodo orbital	LLO	LLO	LLO	LLO	NRHO
Propelente	Hipergólico	Hipergólico	Hipergólico	Criogénico	Hipergólico

Masa en LEO (t)	150	100	60	150	150
Isp (s)	340	340	340	460	340
ε (upper stage)	0,09	0,09	0,09	0,08	0,09
ε (tug)	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
ε (lander)	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
Δv TLI (m/s)	3.100	3.100	3.100	3.100	3.100
Δv LOI (m/s)	950	950	950	950	500
Δv descenso (m/s)	1.900	1.900	1.900	1.900	2.500
Δv ascenso (m/s)	2.000	2.000	2.000	2.000	2.500
Δv retorno Tierra (m/s)	950	950	950	950	550

---

2. DESCRIPCIÓN DE CADA MODELO

2.1. Modelo 1 — LLO-150T (Hipergólico)

Topología: Nodo orbital en LLO (Órbita Lunar Baja, 100 km de altitud). Nodo superficial en el polo sur lunar. Segmentación del Δv: Tierra → LEO (9.500 m/s), LEO → TLI (3.100 m/s), TLI → LLO (950 m/s), LLO → SUP (1.900 m/s), SUP → LLO (2.000 m/s).

Vehículos: Upper stage criogénica desechable (LEO → TLI) con Isp = 461 s, ε = 0,09; tug hipergólico reutilizable (TLI → LLO) con Isp = 340 s, ε = 0,20; lander hipergólico reutilizable (LLO ↔ SUP) con Isp = 340 s, ε = 0,26.

Hardware: Depot_LLO con capacidad de 170 t de propelente y 270 t de carga útil por depósito. Lander con masa estructural de 13,57 t, propelente máximo de 38,63 t y capacidad de carga útil de 36,73 t por descenso. Tug con masa estructural de 4,22 t, propelente máximo de 16,87 t y capacidad de entrega en LLO de 46,91 t. Flota de 7 landers (LN_total = 7) y un Depot_LLO (N_depots = 1).

Rendimiento: Capacidad del lander: 36,73 t de carga útil por descenso (LLO → SUP); 37,56 t de carga útil a LLO en inserción directa (TLI → LLO); 11,16 t de propelente para ascenso vacío (SUP → LLO); 23,49 t de propelente para ascenso con carga de 15 t. Capacidad del tug: 46,91 t de carga útil entregada en LLO; 43,00 t de propelente entregado en LLO; 5,96 t de propelente para retorno a Tierra con 10 t de carga lunar.

Interpretación física: Modelo de referencia. Representa el régimen robusto, en el que la red alcanza un atractor estable y genera un excedente de masa que permite una exportación significativa sin comprometer la entrega en superficie. Es la escala a partir de la cual la red "respira" con holgura y sirve como base para comparar el efecto de la escala, el propelente y el nodo orbital.

2.2. Modelo 2 — LLO-100T (Hipergólico)

Topología: Nodo orbital en LLO (Órbita Lunar Baja, 100 km de altitud). Nodo superficial en el polo sur lunar. Segmentación del Δv: Tierra → LEO (9.500 m/s), LEO → TLI (3.100 m/s), TLI → LLO (950 m/s), LLO → SUP (1.900 m/s), SUP → LLO (2.000 m/s).

Vehículos: Upper stage criogénica desechable (LEO → TLI) con Isp = 460 s, ε = 0,09; tug hipergólico reutilizable (TLI → LLO) con Isp = 340 s, ε = 0,20; lander hipergólico reutilizable (LLO ↔ SUP) con Isp = 340 s, ε = 0,26.

Hardware: Depot_LLO con capacidad de 170 t de propelente y 270 t de carga útil por depósito. Lander con masa estructural de 9,10 t, propelente máximo de 25,80 t y capacidad de carga útil de 24,50 t por descenso. Tug con masa estructural de 3,77 t, propelente máximo de 10,73 t y capacidad de entrega en LLO de 30,88 t. Flota de 7 landers (LN_total = 7) y un Depot_LLO (N_depots = 1).

Rendimiento: Capacidad del lander: 24,50 t de carga útil por descenso (LLO → SUP); 25,05 t de carga útil a LLO en inserción directa (TLI → LLO); 7,46 t de propelente para ascenso vacío (SUP → LLO); 15,70 t de propelente para ascenso con carga de 10 t. Capacidad del tug: 30,88 t de carga útil entregada en LLO; 28,50 t de propelente entregado en LLO; 4,27 t de propelente para retorno a Tierra con 6,67 t de carga lunar.

Interpretación física: Modelo de escala intermedia. Representa el punto a partir del cual la red genera un régimen estable con exportación moderada. Es la escala mínima que puede considerarse "útil" para operaciones logísticas continuas, situada entre el mínimo operativo (60T) y el régimen robusto (150T).

2.3. Modelo 3 — LLO-60T (Hipergólico)

Topología: Nodo orbital en LLO (Órbita Lunar Baja, 100 km de altitud). Nodo superficial en el polo sur lunar. Segmentación del Δv: Tierra → LEO (9.500 m/s), LEO → TLI (3.100 m/s), TLI → LLO (950 m/s), LLO → SUP (1.900 m/s), SUP → LLO (2.000 m/s).

Vehículos: Upper stage criogénica desechable (LEO → TLI) con Isp = 461 s, ε = 0,09; tug hipergólico reutilizable (TLI → LLO) con Isp = 340 s, ε = 0,20; lander hipergólico reutilizable (LLO ↔ SUP) con Isp = 340 s, ε = 0,26.

Hardware: Depot_LLO con capacidad de 170 t de propelente y 270 t de carga útil por depósito. Lander con masa estructural de 5,46 t, propelente máximo de 15,53 t y capacidad de carga útil de 14,69 t por descenso. Tug con masa estructural de 1,62 t, propelente máximo de 6,46 t y capacidad de entrega en LLO de 19,16 t. Flota de 7 landers (LN_total = 7) y un Depot_LLO (N_depots = 1).

Rendimiento: Capacidad del lander: 14,69 t de carga útil por descenso (LLO → SUP); 15,01 t de carga útil a LLO en inserción directa (TLI → LLO); 4,50 t de propelente para ascenso vacío (SUP → LLO); 7,80 t de propelente para ascenso con carga de 4 t. Capacidad del tug: 19,16 t de carga útil entregada en LLO; 16,80 t de propelente entregado en LLO; 1,95 t de propelente para retorno a Tierra con 2,67 t de carga lunar.

Interpretación física: Modelo de escala mínima. Representa el umbral de viabilidad operativa. Por debajo de esta escala, el sistema requiere descensos de propelente (y3F) para sostener el régimen, lo que indica que la red no genera suficiente excedente de masa para ser autosostenida. Este modelo permite investigar el límite inferior de la red y el umbral a partir del cual el sistema se vuelve ineficiente.

2.4. Modelo 4 — LLO-150T (Criogénico de alto rendimiento)

Topología: Nodo orbital en LLO (Órbita Lunar Baja, 100 km de altitud). Nodo superficial en el polo sur lunar. Segmentación del Δv: Tierra → LEO (9.500 m/s), LEO → TLI (3.100 m/s), TLI → LLO (950 m/s), LLO → SUP (1.900 m/s), SUP → LLO (2.000 m/s).

Vehículos: Upper stage criogénica desechable (LEO → TLI) con Isp = 460 s, ε = 0,075; tug criogénico reutilizable (TLI → LLO) con Isp = 460 s, ε = 0,20; lander criogénico reutilizable (LLO ↔ SUP) con Isp = 460 s, ε = 0,26.

Hardware: Depot_LLO con capacidad de 170 t de propelente y 270 t de carga útil por depósito. Lander con masa estructural de 11,27 t, propelente máximo de 32,09 t y capacidad de carga útil de 50,10 t por descenso en régimen CA. Tug con masa estructural de 3,14 t, propelente máximo de 12,55 t y capacidad de entrega en LLO de 53,71 t. Flota de 7 landers (LN_total = 7) y un Depot_LLO (N_depots = 1).

Rendimiento: Capacidad del lander: 50,10 t de carga útil por descenso (LLO → SUP) en CA; 44,95 t de carga útil a LLO en inserción directa (TLI → LLO); 6,28 t de propelente para ascenso vacío (SUP → LLO); 14,64 t de propelente para ascenso con carga de 15 t. Capacidad del tug: 53,71 t de carga útil entregada en LLO; 50,08 t de propelente entregado en LLO; 4,01 t de propelente para retorno a Tierra con 10 t de carga lunar.

Interpretación física: Variante de alto rendimiento del Modelo 1. El uso del motor RL10C-X (Isp = 460 s) con fracciones estructurales optimizadas (ε = 0,26 para el lander, ε = 0,20 para el tug, ε = 0,075 para la upper stage) incrementa la capacidad de carga útil por descenso de 36,73 t (Modelo 1 hipergólico) a 50,10 t en régimen CA. Las eficiencias obtenidas son: η_1 = 46,29%, η_2 = 77,36%, η_3(CA) = 60,95%, η_{total}(CA) = 21,81%. Este modelo demuestra que incluso con los supuestos más favorables de la arquitectura Artemis (ε reducidos, Isp elevados), la estructura de la red sigue siendo el factor dominante, y que la elección del propelente y el motor es una variable de diseño dentro del espacio de modelos, no una restricción fundamental.

2.5. Modelo 5 — NRHO-150T (Hipergólico)

Topología: Nodo orbital en NRHO (Near Rectilinear Halo Orbit), la órbita utilizada por la arquitectura Artemis para la Gateway. Nodo superficial en el polo sur lunar. Segmentación del Δv: Tierra → LEO (9.500 m/s), LEO → TLI (3.100 m/s), TLI → NRHO (500 m/s), NRHO → SUP (2.500 m/s), SUP → NRHO (2.500 m/s).

Vehículos: Upper stage criogénica desechable (LEO → TLI) con Isp = 460 s, ε = 0,09; tug hipergólico reutilizable (TLI → NRHO) con Isp = 340 s, ε = 0,20; lander hipergólico reutilizable (NRHO ↔ SUP) con Isp = 340 s, ε = 0,26.

Hardware: Depot_NRHO con capacidad de 170 t de propelente y 270 t de carga útil por depósito. Lander con masa estructural de 13,58 t, propelente máximo de 38,64 t y capacidad de carga útil de 21,10 t por descenso. Tug con masa estructural de 2,37 t, propelente máximo de 9,46 t y capacidad de entrega en NRHO de 56,17 t. Flota de 7 landers (LN_total = 7) y un Depot_NRHO (N_depots = 1).

Rendimiento: Capacidad del lander: 21,10 t de carga útil por descenso (NRHO → SUP); 44,96 t de carga útil a NRHO en inserción directa (TLI → NRHO); 15,15 t de propelente para ascenso vacío (SUP → NRHO); 31,87 t de propelente para ascenso con carga de 15 t. Capacidad del tug: 56,17 t de carga útil entregada en NRHO; 51,00 t de propelente entregado en NRHO; 3,11 t de propelente para retorno a Tierra con 10 t de carga lunar.

Interpretación física: Variante topológica del Modelo 1. El cambio de nodo LLO a NRHO incrementa el Δv de descenso y ascenso (1.900/2.000 m/s → 2.500 m/s), lo que reduce la capacidad de carga útil por descenso (36,73 t → 21,10 t) y aumenta el propelente de ascenso vacío (11,16 t → 15,15 t). La red sigue siendo operable, pero con un rendimiento significativamente menor, lo que demuestra que el Axioma 2 es correcto: la localización del nodo no es arbitraria, admite variantes, pero cada variante tiene consecuencias operativas cuantificables.

Cinco modelos, cinco combinaciones distintas de nodo, propelente y escala, todos construidos con el mismo método y todos cumpliendo los mismos ocho axiomas. Para compararlos entre sí con algo más preciso que la intuición, hace falta un puñado de parámetros que midan, cada uno, una dimensión distinta de lo que significa que una red "funcione bien".

Parámetros de caracterización del régimen logístico

A continuación se definen los parámetros utilizados para caracterizar el comportamiento de la red más allá de su eficiencia global. Cada uno ofrece una

perspectiva distinta sobre la calidad, la coherencia, la sostenibilidad o la autonomía del sistema.

Fracción Fundamental (Φ)

Es la relación entre la carga útil entregada en el nodo de destino (P) y la masa seca del vehículo que realiza el tramo crítico (M_s). Se expresa como:

$$\Phi = P / M_s$$

Mide la productividad estructural del vehículo. Un valor alto indica que la estructura está bien aprovechada; un valor bajo indica que la mayor parte del impulso se emplea en mover la propia nave.

Coeficiente de Recursión (CR)

Es el número de viajes de reabastecimiento necesarios por cada viaje de carga en régimen estacionario, cuando el sistema no dispone de producción local de propelente (ISRU). Se define como:

$$CR = N_{Vf} = M_{p2} / (P - M_{p2})$$

Mide la sostenibilidad del régimen en ausencia de ISRU. Un valor de CR = 0 indica que no se requiere recursión (propelente de retorno disponible localmente). Un valor positivo indica que el sistema necesita viajes adicionales de reabastecimiento.

Relación característica del régimen ($N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$)

Es la relación entre el número de viajes de carga (V_p) y el número de viajes de reabastecimiento (V_f) en régimen estacionario. Se define como:

$$N_{(Vp)} / N_{(Vf)}$$

Constituye el atractor del sistema. Su valor es fijo para cada modelo y régimen, y no depende del número absoluto de viajes, sino de las necesidades operativas impuestas por el tramo servido.

RESULTADOS

Tabla de resultados — Modelo 1 (LLO-150T, Hipergólico)			
Variable	**CC**	**CA**	**CS**
η_1 (LEO → TLI)	45,48%	45,48%	45,48%
η_2 (TLI → LLO)	69,00%	69,00%	69,00%
η_3 (LLO → SUP)	22,04%	48,73%	39,84%

η_{total} (LEO → SUP)	6,92%	15,29%	12,48%
Masa LEO por lanzamiento (t)	150	150	150
Masa LEO anual (t)	1.800	1.800	1.800
Lanzamientos/año	12	12	12
Payload anual (t)	124,6	275,2	224,64
Payload por lanzamiento (t)	10,38	22,94	18,72
P (t/ciclo)	11,04	36,73	36,73
M_{p2} (t)	11,16	—	11,16
$\Phi = P/M_s$	0,81	2,71	2,71
$CR = M_{p2}/(P-M_{p2})$	--	0	0,436
$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$	0,28	0,95	0,66
LN_{total}	7	7	7
Depot (F/P)	170/270	170/270	170/270

MODELO 1: *Este modelo representa el régimen robusto: una arquitectura sin criogenia compleja, con fracciones estructurales elevadas para maximizar fiabilidad, y una masa en LEO compatible con la capacidad de una Starship de carga. Su ciclo con recursión supera los 220 t/año entregados a superficie, lo que demuestra que puede operar de forma autosostenida sin necesidad de ISRU.*

Tabla de resultados — Modelo 2 (LLO-100T, Hipergólico)			
Variable	**CC**	**CA**	**CS**
η_1 (LEO → TLI)	45,39%	45,39%	45,39%
η_2 (TLI → LLO)	69,00%	69,00%	69,00%
η_3 (LLO → SUP)	22,06%	48,73%	39,84%
η_{total} (LEO → SUP)	6,91%	15,26%	12,48%
Masa LEO por lanzamiento (t)	100	100	100
Masa LEO anual (t)	1.200	1.200	1.200
Lanzamientos/año	12	12	12
Payload anual (t)	82,9	183,1	149,76
Payload por lanzamiento (t)	6,91	15,26	12,48
P (t/ciclo)	7,28	24,5	24,5
M_{p2} (t)	7,46	—	7,46
$\Phi = P/M_s$	0,80	2,69	2,69
$CR = M_{p2}/(P-M_{p2})$	--	0	0,438
$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$	0,28	0,95	0,66
LN_{total}	7	7	7
Depot (F/P)	114/180	114/180	114/180

MODELO 2: *Este modelo es la versión lunar clásica del régimen: una arquitectura idéntica al Modelo 1, pero basada en un portador de 100 t a LEO, la cifra tradicional de un lanzador dedicado al entorno cislunar. Mantiene la misma eficiencia, el mismo atractor y la misma simplicidad operacional —sin criogenia compleja y con fracciones*

estructurales elevadas— y aun así entrega casi de 150 t/año a superficie aun sin emplear ISRU.

Tabla de resultados — Modelo 3 (LLO-60T, Hipergólico)			
Variable	**CC**	**CA**	**CS**
η_1 (LEO → TLI)	45,48%	45,48%	45,48%
η_2 (TLI → LLO)	69,00%	69,00%	69,00%
η_3 (LLO → SUP)	22,05%	48,73%	39,84%
η_{total} (LEO → SUP)	6,92%	15,29%	12,48%
Masa LEO por lanzamiento (t)	60	60	60
Masa LEO anual (t)	720	720	720
Lanzamientos/año	12	12	12
Payload anual (t)	49,8	110,1	90
Payload por lanzamiento (t)	4,15	9,17	7,50
P (t/ciclo)	4,42	14,69	14,69
M_{p2} (t)	4,5	—	4,5
$\Phi = P/M_s$	0,81	2,69	2,69
$CR = M_{p2}/(P-M_{p2})$	--	0	0,437
$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$	0,28	0,95	0,66
LN_{total}	7	7	7
Depot (F/P)	68/108	68/108	68/108

MODELO3: *Este modelo adapta el régimen al payload anunciado para el NG 9×4, y representa el mínimo estándar para montar y sostener una base lunar permanente sin ISRU. Mantiene la misma eficiencia y el mismo atractor que los modelos superiores, pero con un payload reducido que marca el umbral inferior de viabilidad: una arquitectura aún autosostenida, aunque sin holgura operativa.*

Tabla de resultados — Modelo 4 (LLO-150T, Criogénico de alto rendimiento)			
Variable	**CC**	**CA**	**CS**
η_1 (LEO → TLI)	46,29%	46,29%	46,29%
η_2 (TLI → LLO)	77,36%	77,36%	77,36%
η_3 (LLO → SUP)	49,78%	60,95%	57,71%
η_{total} (LEO → SUP)	17,84%	21,81%	20,64%
Masa LEO por lanzamiento (t)	150	150	150
Masa LEO anual (t)	1.800	1.800	1.800
Lanzamientos/año	12	12	12
Payload anual (t)	321,1	392,6	371,5
Payload por lanzamiento (t)	26,76	32,72	30,96
P (t/ciclo)	31,77	50,1	50,1

M_{p2} (t)	6,28	—	6,28
$\Phi = P/M_s$	2,82	4,45	4,45
$CR = M_{p2}/(P-M_{p2})$	--	0	0,143
$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$	0,99	1,56	1,37
LN_{total}	7	7	7
Depot (F/P)	170/270	170/270	170/270

MODELO 4*: Este modelo adopta exactamente los supuestos operativos del proyecto Artemis —boil-off controlado y transferencias de LH_2 plenamente viables— y muestra que, bajo esas condiciones, el régimen alcanza un rendimiento excepcional: eficiencias muy elevadas, ciclos de 50 t y un atractor de 1.56, el mejor del conjunto. Es la demostración de que, si la criogenia profunda funcionara con el margen de seguridad que Artemis asume, la arquitectura resultante sería extraordinariamente eficiente y estructuralmente superior.*

Tabla de resultados — Modelo 5 (NRHO-150T, Hipergólico)			
Variable	**CC**	**CA**	**CS**
η_1 (LEO → TLI)	45,39%	45,39%	45,39%
η_2 (TLI → NRHO)	82,60%	82,60%	82,60%
η_3 (NRHO → SUP)	No viable	35,32%	13,35%
η_{total} (LEO → SUP)	—	13,25%	5,01%
Masa LEO por lanzamiento (t)	150	150	150
Masa LEO anual (t)	1.800	1.800	1.800
Lanzamientos/año	12	12	12
Payload anual (t)	—	238,5	90,2
Payload por lanzamiento (t)	—	19,88	7,52
P (t/ciclo)	—	21,1	21,1
M_{p2} (t)	—	—	15,15
$\Phi = P/M_s$	—	1,55	1,55
$CR = M_{p2}/(P-M_{p2})$	—	0	2,546
$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$	—	0,55	0,15
LN_{total}	7	7	7
Depot (F/P)	170/270	170/270	170/270

MODELO 5: *Este modelo es conceptualmente idéntico al Modelo 1: misma masa en LEO, mismo propelente y misma arquitectura de vehículos. Lo único que cambia es la segmentación del Δv, consecuencia directa de mover el nodo lunar desde LLO a NRHO. Ese cambio altera la estructura del régimen y degrada el rendimiento en todos los ejes: menor eficiencia, menor payload, menor productividad estructural y un atractor que cae a 0.55. Es la demostración de que la elección del nodo —y por tanto la segmentación del Δv— es fundamental para el rendimiento de la red.*

Con Φ, CR y el atractor $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ definidos, ya es posible leer la tabla comparativa más allá de los números sueltos, y empezar a extraer de ella algo más valioso: patrones que se repiten entre modelos, y que por tanto dejan de pertenecer a un modelo en particular para convertirse en propiedades de la Teoría misma.

CONCLUSIONES DE LA COMPARACIÓN DE MODELOS

1. Invarianza de escala

Conclusión: La eficiencia de la red es independiente de la escala, siempre que se mantengan constantes la fracción estructural (ε), el impulso específico (Isp) y la segmentación del Δv.

Demostración teórica:
Corolario 2 del Teorema 3 (Parte II). La eficiencia del tramo en ciclo abierto (η_ca) depende exclusivamente de ε, Isp y Δv. No depende de la masa seca (M_s) ni de la masa de propelente (M_p) por separado. Por tanto, al escalar un vehículo manteniendo ε, Isp y Δv, η_ca permanece constante.

Confirmación numérica:

Modelo	Masa LEO (t)	η_total CC	η_total CA	η_total CS
Modelo 1	150	6,92%	15,29%	10,40%
Modelo 2	100	6,91%	15,26%	10,39%
Modelo 3	60	6,92%	15,29%	10,40%

Las diferencias son inferiores al 0,02% en todos los regímenes. La escala se cancela en la eficiencia.

---

2. El Isp mejora la eficiencia, pero no cambia la arquitectura

Conclusión: Un mayor Isp mejora todas las métricas de rendimiento, pero no altera la estructura de la red ni su atractor.

Demostración teórica:
Teorema 3 (Parte II). La carga útil máxima (P) depende de Isp a través de $R_1 = \exp(\Delta v/(Isp \cdot g_0))$. Un mayor Isp reduce R_1, lo que aumenta P y por tanto η. Sin

embargo, el atractor $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander (Teorema 5) sigue dependiendo de la arquitectura del tramo servido, no del Isp.

Confirmación numérica (Modelo 1 vs Modelo 4):

Modelo	Isp (s)	η_{total} CC	η_{total} CA	$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$
Modelo 1	340	6,92%	15,29%	0,66
Modelo 4	460	17,84%	21,81%	0,66

El Isp multiplica la eficiencia por 2,6 en CC, pero el atractor permanece idéntico. El Isp mejora el rendimiento, pero no la arquitectura.

---

3. NRHO penaliza el rendimiento

Conclusión: El cambio de LLO a NRHO reduce la eficiencia, el payload, la productividad estructural y empeora el atractor del régimen.

Demostración teórica:
Axioma 2 (Parte I) y Teorema 3 (Parte II). La localización del nodo no es arbitraria. Un mayor Δv en el tramo de descenso/ascenso reduce $R_1 = \exp(\Delta v/(Isp \cdot g_0))$, lo que reduce P y por tanto η. Además, la relación característica $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ (Teorema 5) empeora al aumentar Δv.

Confirmación numérica (Modelo 1 vs Modelo 5, en CA):

Modelo	Nodo	η_total CA	P (t/ciclo)	Φ	$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$
Modelo 1	LLO	15,29%	36,73	2,71	0,95
Modelo 5	NRHO	13,25%	21,10	1,55	0,55

El cambio a NRHO reduce la eficiencia en 2,04 puntos porcentuales, el payload en 15,63 t, la productividad estructural en 1,16 y empeora el atractor de 0,95 a 0,55.

---

4. ISRU es una condición de posibilidad para NRHO

Conclusión: ISRU no es un complemento. Es una condición de posibilidad para que NRHO sea viable.

Demostración teórica:
Teorema 2 (ciclo cerrado) y Teorema 3 (ciclo abierto con ISRU). En NRHO, el mayor Δv hace que el ciclo cerrado sea inviable (P < 0). ISRU elimina la recursión y permite que el sistema opere.

Confirmación numérica (Modelo 5):

Régimen	η_total	Payload anual (t)	Viabilidad
CC	—	—	No viable
CS	5,01%	90,2	Viable con recursión
CA	13,25%	238,5	Viable con ISRU

ISRU transforma NRHO de inviable a operativo, aunque sigue siendo menos eficiente que LLO.

---

5. El atractor es invariante con la escala y el Isp, pero no con el nodo

Conclusión: $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ es constante para todos los modelos en LLO, independientemente de la escala y el Isp. Pero cambia al pasar a NRHO.

Demostración teórica:
Teorema 5 (relación característica del régimen). $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander. Esta relación depende exclusivamente del tramo servido (lander), no de la escala ni del Isp del resto de la red.

Confirmación numérica:

Modelo	Nodo	Isp (s)	$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ (CA)
Modelo 1	LLO	340	0,95
Modelo 2	LLO	340	0,95
Modelo 3	LLO	340	0,95

Modelo	Nodo	Isp (s)	$N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ (CA)
Modelo 4	LLO	460	0,66
Modelo 5	NRHO	340	0,55

En LLO, el atractor es constante (0,66 en CC, 0,95 en CA). En NRHO, cae a 0,55. El nodo cambia el atractor.

Resumen de conclusiones

Conclusión	Teorema / Axioma	Evidencia
Invarianza de escala	Corolario 2 del Teorema 3	Modelos 1-3: η_total constante
El Isp mejora el rendimiento, no la arquitectura	Teorema 3 y 5	Modelo 4: η_total 17,84%, $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = 0,66
NRHO penaliza el rendimiento	Axioma 2 y Teorema 3	Modelo 5: η_total 13,25%, $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = 0,55
ISRU es condición de posibilidad para NRHO	Teorema 2 y 3	Modelo 5: CC no viable, CA viable
El atractor es invariante con escala e Isp, no con el nodo	Teorema 5	Modelos 1-4 en LLO: $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ constante; Modelo 5: cae a 0,55

Hasta aquí, la Teoría se puso a prueba contra sí misma: cinco modelos, construidos con el mismo método, verificados entre sí, consistentes con cada teorema de la Parte II. Es un ejercicio necesario, pero todavía puertas adentro. Lo que sigue es distinto: poner la misma Teoría a prueba contra la historia y contra dos arquitecturas activas, con presupuesto público real detrás, para ver si lo que predice puertas adentro se sostiene también puertas afuera.

CASO TESTIGO: DESMONTAJE DE LA ARQUITECTURA BLUE MOON / TRANSPORTER

Nota preliminar

Esta sección aplica la Teoría del Régimen Logístico Tierra-Luna a un caso público real: el sistema Blue Moon Mark 2 y su vehículo de transferencia Transporter, dentro de la arquitectura Artemis. El objetivo es doble: primero, establecer el perfil de misión más probable de este sistema a partir de los datos públicos disponibles; segundo, reconstruir la arquitectura con ese mismo hardware bajo los criterios de esta Teoría, y comparar el resultado contra el Modelo 3 ya desarrollado.

Advertencia de método: Blue Origin no ha publicado la masa seca, la masa de propelente, ni la arquitectura logística completa de ninguno de los dos vehículos. Todo lo que sigue se apoya en cifras oficiales cuando existen (marcadas como tales) y en estimaciones razonables cuando no —marcadas explícitamente como tales—, construidas con el mismo método (ecuación de Tsiolkovski, Teoremas 1 y 2 de esta Teoría) aplicado en el resto del documento. Nada de lo que sigue pretende ser una acusación de mala fe: es una auditoría de física aplicada a lenguaje público ambiguo.

PARTE 1 — El perfil de misión más probable

1.1 El lander: dos usos de un mismo vehículo

Las cifras que circulan públicamente sugieren un lander capaz de bajar 20 t de carga útil a la superficie y regresar a NRHO. Adoptando una fracción estructural $\varepsilon=0{,}26$ (cifra no oficial, pero la más citada) y un $Isp=460$ s (motor BE-7, dato oficial de Blue Origin), el Teorema 2 (ciclo cerrado) muestra que esta afirmación es incompatible con la física, salvo que se le asignen al vehículo una masa seca y una capacidad de propelente muy superiores a las estimadas ($M_s \approx 16{,}5$ t, $M_p \approx 46$ t).

Aplicando el Teorema 2 con estos valores ($\Delta v = 2.800$ m/s, incluidas maniobras de descenso):

$R = \exp(\Delta v/(Isp \cdot g_0)) \approx 1{,}860$

$M_{p2} = M_s \cdot (R-1) \approx 14{,}20$ t

$P = (M_p - R \cdot M_{p2})/(R-1) - M_s \approx$ **6,3 t**

No 20 t. La brecha entre lo declarado y lo que la física permite, con las cifras públicas más generosas disponibles, es de un factor superior a **3,15**.

La reconstrucción más coherente con este resultado es la siguiente: el mismo vehículo físico ($M_s \approx 16$-18 t) podría operar en dos configuraciones distintas, no en un régimen sostenido:

Configuración A — misión tripulada: el lander baja con una cabina presurizada de soporte vital (aproximadamente 6-8 t de esa masa seca, permanente e indesechable), completa el ciclo cerrado con los astronautas, y regresa a NRHO. Con esta carga reducida, "todo cierra" —de ahí que el hardware pueda declararse honestamente "reutilizable".

Configuración B — misión de carga: el mismo vehículo, en un segundo vuelo, desciende sin reservar propelente de retorno (Teorema 1, vehículo desechable), entregando del orden de 30 t de carga y sacrificándose en superficie. La cabina presurizada, al no poder desprenderse de la estructura, viaja igualmente como masa seca muerta, penalizando permanentemente el rendimiento de este segundo uso.

En consecuencia, la palabra "reutilizable" es literalmente cierta —el vehículo vuela dos veces— pero no describe lo que esta Teoría entiende por reutilización: un vehículo que sostiene un régimen estacionario indefinido (Principio 6, Teoremas 7 y 8). Describe, en cambio, una secuencia de dos misiones discretas que comparten estructura.

1.2 El Transporter: un vehículo que no puede volver de NRHO

Aplicando el Corolario 2 del Teorema 2 (condición de existencia de un tug químico reutilizable) al Transporter, con $\varepsilon \approx 0{,}20$ (valor adoptado por esta Teoría para tugs hipergólicos reutilizables, usado aquí como referencia comparable), $I_{sp}=445$ s (motor BE-3U, el más consistente con la fuente pública que indica reutilización de la línea de ensamblaje de la segunda etapa de New Glenn), y $\Delta v \approx 4.000$ m/s (ida y vuelta, extremo superior del rango declarado):

$R = \exp(4.000/4.364) \approx 2{,}50$

$\varepsilon_{crit} = 1/R^2 \approx \mathbf{0{,}16}$

Con $\varepsilon \approx 0{,}16$, el Transporter no puede ser reutilizable en el sentido de esta Teoría: cualquier operación de retorno desde NRHO exige, o bien renunciar al regreso del vehículo, o bien repostar en NRHO desde una infraestructura que no está contemplada.

Para estimar la masa real del Transporter no hace falta partir de cero: la fuente pública indica explícitamente que comparte línea de ensamblaje con la segunda etapa de New Glenn, y que ambos usan tanques de idéntico diámetro (7 m). Es razonable suponer que el Transporter se construye tomando esa etapa superior como base, incorporándole los sistemas adicionales necesarios (gestión Zero-Boil-Off, aviónica de tránsito prolongado, sistemas de acople y transferencia), en lugar de diseñar una estructura enteramente nueva desde cero. Adoptando entonces, como referencia razonable, la masa seca y de propelente estimadas para dicha etapa superior ($M_s \approx 25$ t, $M_p \approx 100$ t), y aplicando el Teorema 2 completo (no solo el criterio de existencia) en ciclo cerrado simétrico:

$P = (100 - 2{,}50 \times 37{,}5)/1{,}50 - 25 \approx \mathbf{-20{,}8\ t}$

Carga útil negativa: sin solución física. El Transporter no puede operar en ciclo cerrado con estos parámetros.

Este resultado muestra que ε ≈ 0,20 es superior a εcrit ≈ 0,16. El Transporter no se encuentra en el borde de la existencia física, sino directamente en la región de inviabilidad para un ciclo cerrado. Es, en términos de ingeniería real, no viable.

A esto se suma una observación estructural: el rango de Δv declarado públicamente (3.000-4.000 m/s) es coherente con un vehículo dimensionado para un solo trayecto, no con uno que reserva la mitad de su capacidad para el regreso. Ningún dato público menciona un Depot de propelente criogénico esperando en NRHO,y sin él, no hay de dónde repostar para el regreso. La conclusión más consistente con la física y con el silencio de las fuentes es que el Transporter opera en Teorema 1 (vehículo desechable): un solo viaje, sin retorno, entre LEO y NRHO.

Aplicando el Teorema 1 con estos parámetros (ε=0,20, R=2,50):

$\eta = (1-R\cdot\varepsilon)/(R\cdot(1-\varepsilon)) = (1-0{,}50)/(2{,}50\times0{,}80) =$ **0,25**

$P = M_p\cdot(1-R\varepsilon)/[(R-1)(1-\varepsilon)] = 100\times0{,}50/(1{,}50\times0{,}80) \approx$ **41,7 t** por viaje

En consecuencia, la frase que circula en Internet "el Transporter se usará repetidamente" admite dos lecturas: (a) el mismo vehículo, reutilizado ciclo tras ciclo (descartada por el Corolario X); o (b) una flota de Transporters, cada uno de un solo uso. Solo la segunda lectura es compatible con la física.

PARTE 2 — Reconstrucción de la red con el mismo hardware

El objetivo es establecer una comparativa entre un Modelo perteneciente a la teoría y el lander Blue Moon, en el contexto del programa Artemis. Por ello se utiliza de referencia el Modelo 3, el mismo presupone la colocación de 60 t en LEO por lanzamiento, compatibles con lo anunciado para el cohete New Glenn 9x4. Ambos comparten el mismo lanzador.

2.1 Por qué no hay Depot

Un Depot orbital, en esta Teoría, no es un elemento decorativo: es la consecuencia necesaria de sostener un régimen con múltiples viajes discretos que no calzan exactamente entre sí, absorbiendo la oscilación (Teorema 7). Si el perfil de operación de Blue Moon es una secuencia de misiones puntuales —un Transporter, un lander, sin superposición de ciclos—, no necesita Depot por la misma razón que esta Teoría tampoco lo necesitaría en un régimen de exactamente un viaje de carga por un viaje de reabastecimiento: la ausencia de Depot no es una omisión de diseño, es la confirmación de que no existe un régimen que sostener.

2.2 La cadena, operada como si fuera red

Para comparar arquitecturas en igualdad de condiciones, se reconstruye la cadena de transporte LEO→NRHO→SUP con el hardware de Blue Moon operando de la única manera que la física permite: Transporter desechable (Teorema 1) entregando su carga

a un lander en ciclo cerrado (Teorema 2), sin ISRU en ninguno de los dos casos —la misma condición (CS) bajo la cual se tabuló el Modelo 3 de esta Teoría.

La cadena logística comprende en su extremo el lander Blue Moon Mk 2, operando en ciclo cerrado real —con retorno a NRHO, condición indispensable para que pueda sostener un régimen y no solo una misión puntual—. Retomando el cálculo de la sección 1.1 (M_s≈16,5 t, M_p≈46t, ε=0,26, Isp=460s, Δv=2.2800 m/s):

R ≈ 1,860
$M_{p2} = M_s \cdot (R-1)$ ≈ 13,97 t
$P = (M_p - R \cdot M_{p2})/(R-1) - M_s$ ≈ **6,3 t**, redondeado a 6 t por ciclo

Este es el único valor de carga compatible con un lander verdaderamente reutilizable en ciclo cerrado. La Configuración B de la sección 1.1 (misión de carga, sin retorno) no puede formar parte de un régimen sostenido —es, por definición, un vehículo de un solo uso—. En consecuencia, para reconstruir la red con este hardware, el lander opera entregando 6 t por ciclo, de forma indefinida.

Esto significa que el Transporter tiene que reponer las 46 t de propelente y llevar hasta el lander, establecido en NRHO, las 6 t de payload que este descenderá a la superficie. Sumando ambas cifras (52 t) y contemplando los márgenes de boil-off y las pérdidas propias de la transferencia de propelente, redondeamos en 56 t que el Transporter debe poner en NRHO por cada viaje del lander. Como el Transporter puede llevar 42 t, serán dos viajes de Transporter por cada viaje del lander.

Estas cifras son tan exiguas que descartan en sí mismas la reutilización permanente del lander: un vehículo que retorna moviendo apenas 6 toneladas por viaje es tan poco práctico que ni siquiera al modelarlo resulta lógico sostenerlo. La arquitectura de sacrificio (Configuración B, 30 t sin retorno) no es una alternativa entre otras: es, en la práctica, la única que tiene sentido operar.

Si aun así quisiéramos establecer la comparación y aceptáramos estas premisas, las cifras resultantes serian poco creíbles:

η_Transporter (Teorema 1) ≈ 0,25

η_lander (Corolario 1 del Teorema 2) = $P/(P+M_{p1}+M_{p2})$ = 6/(6+30,8+14,2) ≈ 0,12 **(≈12%)**

η_total = η_Transporter × η_lander ≈ 0,25 × 0,12 ≈ **0,03 (3%)**

Tomemos ahora la suposición más seria, el doble uso para personal y para carga.

Establecemos el siguiente ciclo operativo:

Se envía un lander a HRNO
Se recarga con un viaje de Transporter
El lander lleva la tripulación a la superficie y la retorna a NHRO.
Se envían 2 viajes de Transporter para recargar el lander y llevar 30 t de payload, unas 80 t en total.
El lander transporta 30 t a la superficie.

Para sostener el ciclo operativo descrito (una misión tripulada al polo sur más una misión de carga de sacrificio con el mismo hardware), la arquitectura Blue Moon requiere del orden de **500 toneladas** puestas en LEO —cifra deducida en este anexo a partir de estimaciones razonables sobre masa de vehículos y necesidades de reabastecimiento, no de datos oficiales—. El resultado es **30 toneladas de carga entregadas en superficie**, más una misión tripulada.

Para hacer comparable esta cifra con el resto de esta Teoría, se asigna a la misión tripulada una carga útil virtual de **6 toneladas** —equivalente a la masa que el Modelo 1 de esta Teoría necesitaría transportar en ciclo cerrado real para completar el mismo tipo de misión (Parte 1, sección 1.1)—. Con este criterio, el total entregado por la arquitectura Blue Moon equivale a **36 toneladas**.

Esas mismas 500 toneladas en LEO, operadas bajo el Modelo 3 de esta Teoría (régimen CS, sin ISRU), entregarían del orden de **62 toneladas** de carga en superficie.

Si esta equivalencia pareciera forzada, cabe recordar el principio que sostiene toda esta Teoría desde su primera definición: P es cualquier masa transportada —propelente, carga útil, insumos, o astronautas—. La eficiencia de un tramo no distingue la naturaleza de lo que fluye por él.

Observación 1 — La asimetría del rigor en los supuestos

Los valores de ε adoptados para los modelos de esta Teoría incorporan explícitamente redundancia estructural, márgenes de contingencia y las penalizaciones propias de una operación logística sostenida (véase "Aclaración sobre el uso de ε"). En cambio, los valores de ε empleados para Blue Moon y Transporter proceden de las estimaciones públicas más favorables disponibles y no incluyen márgenes oficialmente declarados. En consecuencia, esta comparación favorece, si acaso, a la arquitectura Blue Moon, no a la propuesta por esta Teoría. Si las masas reales resultaran superiores, o los márgenes operativos mayores, el rendimiento de la arquitectura Blue Moon sería necesariamente inferior al aquí calculado.

Observación 2 — Encadenamiento de lanzamientos

La comparación realizada supone que cada lanzamiento terrestre, cada transferencia de propelente y cada operación orbital se completan con éxito y sin retrasos significativos. Este supuesto es deliberadamente favorable a la arquitectura Blue Moon. En una operación real, la necesidad de encadenar múltiples lanzamientos para sostener un único ciclo aumenta la sensibilidad del sistema a retrasos, indisponibilidades y fallos operativos. El Modelo 3, por el contrario, mantiene una cadencia regular de un lanzamiento por ciclo, sin depender de la sincronización de una cadena de eventos orbitales para completar una entrega.

Observación 3 — Tolerancia al fallo

La diferencia entre ambas arquitecturas no se limita a la eficiencia. También afecta a la robustez operacional. En el Modelo 3, la pérdida o retraso de un lanzamiento representa una perturbación absorbible por el propio régimen logístico. En la arquitectura Blue Moon, cada misión depende de una secuencia de operaciones interdependientes cuya interrupción compromete el ciclo completo. La diferencia no es únicamente de rendimiento: es una diferencia entre un régimen capaz de absorber perturbaciones y una cadena donde cada eslabón condiciona al siguiente.

Observación 4 — Arquitectura concebida para campañas

La arquitectura Blue Moon no ha sido concebida para sostener un régimen logístico permanente, sino para ejecutar campañas de exploración dentro del programa Artemis. La reconstrucción presentada en este anexo la obliga deliberadamente a operar como una red logística con el fin de hacer posible una comparación homogénea con el Modelo 3. Las limitaciones observadas no constituyen una crítica al cumplimiento de los objetivos declarados por Artemis, sino una consecuencia de aplicar un mismo marco logístico a dos arquitecturas concebidas con finalidades distintas.

CONCLUSIÓN:

Artemis/Blue Moon es una arquitectura construida alrededor de **hidrógeno líquido**, la tecnología más cara, más delicada y más difícil de operar en todo el sector espacial. Todo depende de mantener −253 °C durante días, acoplar vehículos criogénicos sin errores y transferir LH_2 sin pérdidas. Es un ballet orbital donde **cada maniobra es crítica** y cualquier fallo convierte la misión entera en un punto sin retorno.

El Modelo 3, en cambio, es **hipergólico**: propelentes densos, estables, almacenables, usados durante décadas. Sin criogenia. Sin boil-off. Sin acoples delicados. Sin transferencias críticas.

Su operación es rutinaria: un lanzamiento, dos landers que bajan y suben, y repetir cada mes. Si un lanzamiento falla, es un retraso, **no una catástrofe**.

La diferencia, es simple:

- **Artemis/Blue Moon depende de que nada falle.**
- **Modelo 3 sigue funcionando incluso cuando algo falla.**

Y si al Modelo 3 le otorgáramos los mismos supuestos que Artemis da por resueltos —criogenia perfecta, boil-off cero, transferencias ideales— entonces el equivalente hidrolox (Modelo 6) **más que duplicaría la carga entregada**.

En cuanto a las misiones tripuladas, la teoría no distingue entre tipos de carga: P es cualquier cosa que se transporte. Una cápsula tripulada, un módulo presurizado o un rover son simplemente masa en tránsito. Un modelo elimina la necesidad de un programa tripulado por separado La existencia de un programa tripulado pertenece al nivel de implementación de un Modelo, no al nivel conceptual de la Teoría.

La diferencia no reside en la tecnología del motor. Reside en el desacople de flujos (Principio 3), la ausencia de recursión no resuelta (Teoremas 4, 7 y 8), y la existencia de un régimen sostenido en lugar de una secuencia de misiones. Blue Moon no es una mala implementación de una red logística: es, sencillamente, la ausencia de una.

CASO TESTIGO: DESMONTAJE DE LA ARQUITECTURA STARSHIP HLS / ARTEMIS

Nota preliminar

Este anexo aplica la Teoría del Régimen Logístico Tierra-Luna a Starship HLS, dentro de la arquitectura Artemis. El objetivo es doble: reconstruir el perfil de misión más probable a partir de los datos públicos disponibles, y compararlo con el Modelo 1 (CS, sin ISRU) de la teoría.

Advertencia de método: SpaceX no ha publicado masa seca, masa de propelente, ni arquitectura logística completa de Starship HLS. Todo lo que sigue se apoya en cifras oficiales cuando existen y en estimaciones razonables cuando no, construidas con la ecuación de Tsiolkovski y los teoremas de esta teoría. Nada de lo que sigue pretende ser una acusación de mala fe: es una auditoría de física aplicada a lenguaje público ambiguo.

LO QUE SE SABE

Datos oficiales o ampliamente aceptados:

- Altura: ~50 m
- Diámetro: 9 m
- Motores principales: 6 Raptor Vacuum
- Isp: ~380 s
- Propelentes: LOX/CH_4

- Δv LEO→TLI: 3.100 m/s
- Δv TLI→NRHO: 450 m/s
- Δv NRHO→SUP: 2.700 m/s
- Δv SUP→NRHO: 2.700 m/s
- Repostaje necesario: sí, múltiples lanzamientos
- Boil-off y transferencia criogénica: riesgos identificados por la NASA

Lo que no se ha publicado oficialmente:

- Masa seca
- Masa de propelente
- Fracción estructural
- Carga útil real para Artemis III
- Número exacto de repostajes
- Márgenes de contingencia

LO QUE CALCULAREMOS

Se adoptan las siguientes cifras de referencia, reconocidas como estimaciones industriales razonables:

- Masa seca (M_s) = 120 t
- Masa de propelente (M_p) = 1.000 t (para el caso de carga)
- Isp = 380 s
- $\varepsilon = M_s / (M_s + M_p) = 120 / 1.120 = 0{,}107$

Nota: Este ε es el que se deduce de las cifras declaradas. No es una estimación favorable ni desfavorable: es la que surge de aplicar la física a los números que circulan.

CÁLCULO DE LA MISIÓN TRIPULADA (CON RETORNO)

El HLS debe completar el viaje completo:

LEO → TLI → NRHO → SUP → NRHO

$\Delta v_total = 3.100 + 450 + 2.700 + 2.700 = 8.950$ m/s

$R = \exp(8.950 / (380 \cdot 9{,}81)) = \exp(2{,}401) = 11{,}04$

$M_0 = M_s + M_p + P = 120 + 1.000 + P = 1.120 + P$

$M_f = M_s + P = 120 + P$

Relación de masas:

$(1.120 + P) / (120 + P) = 11{,}04$

Resolviendo:

$1.120 + P = 11{,}04 \times (120 + P)$
$1.120 + P = 1.324{,}8 + 11{,}04\ P$
$1.120 - 1.324{,}8 = 11{,}04\ P - P$
$-204{,}8 = 10{,}04\ P$
$P = -204{,}8 / 10{,}04$

$P \approx -20{,}4$ t

Conclusión: Starship HLS, con 1.000 t de propelente, **no puede completar el viaje de ida y vuelta con tripulación**, ni siquiera con carga útil cero. La carga útil es negativa.

VERIFICACIÓN: LA MISMA NAVE CON 100 t Y MUERTE DEL HLS

El HLS puede entregar 100 t en la superficie si no vuelve (Teorema 1):

$\Delta v_{ida} = 3.100 + 450 + 2.700 = 6.250$ m/s

$R = \exp(6.250 / 3.727{,}8) = 5{,}347$

$M_0 = 120 + 1.000 + 100 = 1.220$ t

$M_f = 120 + 100 = 220$ t

Relación disponible: $1.220 / 220 = 5{,}545$

Relación necesaria: 5,347

Margen: $(5{,}545 - 5{,}347) / 5{,}347 \approx 3{,}7\%$

Conclusión: Con 1.000 t de propelente, Starship HLS puede entregar 100 t en la superficie lunar y morir allí, con un margen del 3,7% sobre el Δv necesario. Es una solución físicamente viable, pero ajustada y sin retorno.

DESGLOSE DE LANZAMIENTOS

Para poner 1.000 t de propelente en LEO, asumiendo una Starship cisterna con capacidad de 100 t útiles:

1.000 / 100 = 10 lanzamientos de cisterna

A esto se añade el lanzamiento del HLS vacío (1 lanzamiento).

Total: 11 lanzamientos de Starship para una misión de carga de 100 t sin retorno.

Se incluyen pérdidas por boil-off, transferencia y márgenes operativos, coherente con el rango que maneja la industria.

COMPARATIVA CON EL MODELO 1 (CS, SIN ISRU)

Modelo 1 (150T, CS, sin ISRU):

- η_{total} (CS) = **12,48%**
- t/año en SUP = **224,64 t/año**
- Lanzamientos/año = **12**
- Carga útil por lanzamiento (promedio) = **18,72 t/lanzamiento**

Starship HLS (100 t, sin retorno, 11 lanzamientos):

- Carga útil entregada = **100 t**
- Carga útil por lanzamiento (incluyendo repostajes) = 100 / 11 ≈ **9,1 t/lanzamiento**
- Eficiencia global = 100 / 1.120 ≈ **8,9%**

Tabla comparativa:

Concepto	**Starship HLS (100 t, sin retorno)**	**Modelo 1 (150T, CS)**
Lanzador	Starship	Starship
Lanzamientos por misión/ciclo	9-10	1
Masa total en LEO	~1.120 t	150 t
Propelente en LEO	1.000 t	38,63 t (por viaje de lander)

Concepto	Starship HLS (100 t, sin retorno)	Modelo 1 (150T, CS)
Carga útil entregada	100 t (una vez)	36,73 t (por ciclo)
Carga útil por lanzamiento	10,5 t	18,72 t
Eficiencia global	8,9%	12,48%
Vehículo	Se sacrifica	Reutilizable
Régimen	Misión puntual	Estacionario
Entregas anuales	100 t (una vez)	224,64 t/año

PRINCIPIOS VIOLADOS POR STARSHIP HLS

Principio	Enunciado	¿Qué hace el HLS?	Consecuencia
Principio 1	La segmentación del Δv no es opcional. Genera la arquitectura.	**Acumula todo el Δv en un solo vehículo.**	Masa de propelente descomunal. Masa seca que viaja todo el camino.
Principio 2	La localización del nodo no es arbitraria. LLO es más eficiente que NRHO.	**Usa NRHO.**	Penaliza la carga útil en cada ciclo. Mayor consumo de propelente.
Principio 3	Los flujos de carga y propelente deben desacoplarse.	**No desacopla.** Todo va en el mismo vehículo.	Masa seca de 120 t baja y sube con todo.
Principio 4	La especialización funcional es una consecuencia de la segmentación.	**No especializa.** Un solo vehículo para todo.	Subóptimo en todos los tramos.

Principio	Enunciado	¿Qué hace el HLS?	Consecuencia
Principio 5	Los objetivos deben estar claramente enunciados antes del diseño.	**Objetivo ambiguo.**	La arquitectura no está alineada.
Principio 6	El éxito se mide a nivel de sistema, no de componentes.	**Se evalúa por hitos, no por régimen.**	No hay acumulación de infraestructura.
Principio 7	Un régimen logístico no se diseña para un estado final, sino para sostenerse.	**Se diseña para una misión.**	No hay continuidad. No hay red.
Principio 8	Todo nodo o vehículo que interactúe con otros queda sujeto a estandarización.	**No hay interoperabilidad.**	No puede integrarse en una red más amplia.
Principio 9	Una infraestructura con estándares abiertos es la condición para un mercado.	**No hay estándares abiertos.**	No permite la participación de otros operadores.

Comparación adicional — Carga por lanzamiento terrestre (Tierra→LEO), mismo cohete para ambas arquitecturas

Hasta aquí, la comparación de la Parte 6 se limita al tramo LEO→SUP, que es donde esta Teoría concentra su análisis por decisión metodológica: el lanzador terrestre es intercambiable y no forma parte del objeto de estudio central. Sin embargo, dado que este anexo audita una arquitectura completa, corresponde extender la comparación hasta el origen mismo de la cadena: Tierra.

Ambas arquitecturas, en esta comparación, utilizan el mismo cohete: **Starship**. No hay ninguna ventaja de lanzador de un lado ni del otro — la diferencia que sigue es exclusivamente de arquitectura logística.

Modelo 1: una sola Starship pone en órbita las 150 t que el modelo requiere. **1 lanzamiento.**

Starship HLS: requiere 1 lanzamiento del propio HLS, más los lanzamientos de tanker necesarios para acumular en LEO las 1.000 t de propelente que el vehículo consume. Asumiendo, de manera optimista, que cada tanker transfiere su carga completa sin pérdidas significativas de boil-off ni fallos de acoplamiento —una suposición favorable a Starship HLS, no en contra—, hacen falta entre **9 y 10 lanzamientos** en total.

Tabla comparativa:

Concepto	**Starship HLS**	**Modelo 1**
Cohete utilizado	Starship	Starship
Lanzamientos Tierra→LEO por misión/ciclo	9-10	1,96
Masa total puesta en LEO	1.120 t	150 t
Carga útil entregada	100 t (una vez, sin retorno)	224,64 t/año (régimen continuo)
Carga por lanzamiento terrestre	~10-11 t (no es una tasa sostenida: para repetir esta entrega hay que volver a gastar toda la flota)	18,72 t (tasa anual sostenida, se repite automáticamente cada año)

Observación 1 — La asimetría del rigor en los supuestos

Los valores de ε adoptados en esta Teoría para sus propios modelos incorporan explícitamente redundancia, márgenes de contingencia y la penalización estructural asociada a la operación real y sostenida en el tiempo (ver "Aclaración sobre el uso de ε"). Los valores de ε empleados para Starship HLS en este anexo, en cambio, se derivan directamente de cifras públicas optimistas, sin margen declarado. En consecuencia, esta comparación favorece, si acaso, a la arquitectura Starship HLS —no a la de esta Teoría—, y aun así el resultado es desfavorable para la primera.

Observación 2 — El síndrome Shuttle

La ausencia de margen declarado no es un simple vacío de información: es, en sí misma, la firma característica de lo que podría llamarse el síndrome Shuttle —una arquitectura que se sostiene en el papel mediante cifras optimistas y sin redundancia visible, cuya viabilidad real solo se pone a prueba en el momento de operar, y cuyo

eventual fallo se atribuye, retrospectivamente, al heroísmo de quienes lo pilotaron, en vez de a un déficit de margen que pudo preverse desde el diseño.

Observación 3 — Tolerancia al fallo

Más allá de las diferencias de rendimiento, existe una asimetría de naturaleza distinta entre ambas arquitecturas: la tolerancia al fallo. Un lanzamiento perdido o retrasado en el Modelo 1 es un inconveniente absorbido por el propio régimen —exactamente lo que predice el Teorema 7: el sistema oscila alrededor de su atractor sin verse comprometido por una desviación puntual—. Un fallo o retraso en cualquiera de los 9-10 acoplamientos criogénicos secuenciales que exige Starship HLS compromete la misión completa, porque no existe régimen que absorba el error: cada evento es un punto de no retorno del que depende el siguiente.

El Modelo 1 opera con una cadencia de un lanzamiento por mes, predecible y rutinaria, con infraestructura mínima y sin ventanas críticas encadenadas. Starship HLS, en su configuración pública, exige un ballet orbital de transferencias sucesivas, cada una irrepetible, cada una necesaria para que la siguiente tenga sentido. Uno es aburrido. El otro es un guion de suspenso. Y en logística, aburrido es exactamente lo que se necesita para sostener un régimen.

CONCLUSIÓN

Starship HLS puede entregar 100 t en la superficie lunar si se sacrifica, pero necesita 11 lanzamientos y una eficiencia del 8,9%. El Modelo 1 (CS) "entrega 36,73 t por ciclo de carga. entrega 36,73 t por ciclo de carga. Cada ciclo requiere además 0,436 viajes de reabastecimiento; en términos de lanzamientos desde Tierra equivale a mas de un ciclo completo por cada dos lanzamientos mensuales. Sostiene 224,64 t/año con 12 lanzamientos anuales. El Modelo 1, más que duplica la carga útil por lanzamiento de Starship HLS. Con landers y tugs hipergólicos con *menor* Isp.

La red no compite con Starship. **La red usa Starship mejor que el HLS.**

Queda demostrado que un Isp más alto no puede ocultar con las deficiencias arquitectónicas.

Starship HLS no es una red logística. Es una misión puntual que viola nueve principios fundamentales. Y los números lo demuestran. La diferencia es la masa seca que viaja.

120 toneladas que viajan todo el camino, consumiendo propelente en cada maniobra, reduciendo la carga útil en cada tramo, multiplicando el número de lanzamientos necesarios para repostar. 120 toneladas paseando por todo el sistema cis-lunar no son "versatilidad". Son penalización estructural. Y la penalización estructural se paga en cada ciclo, en cada maniobra, en cada lanzamiento. No es un detalle de ingeniería. Es la diferencia entre una red que respira y una misión que agoniza.

El precio a pagar por no haber entendido que la eficiencia no está en el vehículo, sino en la red.

APOLLO: VALIDACIÓN HISTÓRICA DE LA TEORÍA

Nota preliminar: a diferencia de los casos anteriores (Blue Moon, Starship HLS), que auditan arquitecturas activas cuyos números públicos no cierran, este anexo tiene una función distinta: mostrar que un programa ya completado y exitoso en sus propios términos es exactamente lo que esta Teoría predice cuando un sistema cumple ciertos Principios y, deliberadamente, no intenta sostener un régimen.

Apollo no fue una red logística. Fue una cadena de misiones con un objetivo claro, finito y públicamente declarado: llevar un hombre a la Luna y devolverlo sano y salvo antes de que terminara la década. Esta Teoría no solo es compatible con ese resultado: lo predice, Principio por Principio.

Principio 1 — Segmentación del Δv
Apollo segmentó el Δv de manera impecable: Saturn V→TLI, CSM→LOI, LM→descenso, LM→ascenso, CSM→TEI. Cumplido al pie de la letra.

Principio 2 — Elección de los nodos
Apollo se posiciono en la orbita mas favorable posible para acceder a la superficie lunar: LLO, órbita lunar baja. Cumplido al pie de la letra.

Principio 3 — Desacople de flujos

Apollo no intentó sostenerse en el tiempo ni operar de forma continua. Nunca pretendió establecer una logística lunar permanente: fue, desde el diseño, una sucesión de misiones independientes, cada una autocontenida. Eso no contradice el Principio 3 — simplemente lo excluye. No hay flujo de carga ni flujo de propelente que desacoplar entre misiones, porque no hay misiones que compartan infraestructura ni régimen: cada Saturn V, cada CSM, cada LM nace, cumple su función una vez, y termina ahí.

Principio 4 — Especialización funcional

Un vehículo por segmento, sin excepciones: la tercera etapa S-IVB para la inyección translunar (TLI); el Módulo de Servicio (SM), con su motor SPS, para la inserción en órbita lunar (LOI) y también para el regreso a la Tierra (TEI); el Módulo Lunar en su etapa de descenso (LM descent stage) para bajar a la superficie; y esa misma nave, en su etapa de ascenso (LM ascent stage), para el regreso a órbita lunar. Cuatro tramos, cuatro motores distintos, ninguno reutilizado fuera de su función. Cumplido exactamente.

Principio 5A — Objetivo claro
"Llevar un hombre a la Luna y traerlo de regreso sano y salvo", un objetivo único, explícito, verificable. Claramente enunciado por la máxima autoridad, el Presidente de los EE.UU y seguido a rajatabla en todas las etapas del proyecto.

Principio 5B — Objetivo mensurable
"Llevar un hombre a la Luna y traerlo de regreso sano y salvo", un objetivo único, cumplido con precisión quirúrgica. No establecer una base en la Luna, no ir más allá. Cumplido el objetivo, no existe ninguna justificación para su continuidad. Cancelado. Éxito rotundo.

Principio 6 — La bisagra que Apollo nunca tuvo que cruzar
Apollo no intentó sostenerse en el tiempo ni operar de forma continua. No hubo segundo ciclo, ni tercero, ni un régimen esperando del otro lado del éxito. Por eso Apollo no viola el Principio 6 —simplemente nunca llegó a esa puerta. Cumplió su misión, y con la misión cumplida, no quedaba nada más que sostener.

Resultado, según esta Teoría

Si un sistema cumple los Principios 1, 3, 4 y 5, y no intenta cruzar hacia el Principio 6 —es decir, no pretende ser régimen—, esta Teoría predice que puede ser exitoso como misión. Apollo es la validación histórica de esa predicción, punto por punto. Cumplió su objetivo, y por eso mismo —una vez cumplido, sin nada más que sostener— fue cancelado. No fue un fracaso disfrazado de éxito, como el Shuttle. Fue, sencillamente, exactamente lo que su propio diseño prometía: ni una tonelada más, ni un vuelo de más.

Tres arquitecturas. Tres resultados. Blue Moon y Starship HLS violan los principios de la teoría y pagan el precio en eficiencia y viabilidad. Apollo los cumple y es exitoso en sus propios términos. La teoría no es una opinión: es un filtro que distingue lo que funciona de lo que no lo hace eficientemente, antes de que se construya.

EPÍLOGO

Una teoría se valida de dos maneras: cuando explica por qué algo falla, y cuando explica por qué algo funciona.

En estas páginas, la Teoría del Régimen Logístico Tierra–Luna ha hecho ambas cosas. Ha mostrado que arquitecturas celebradas por su tecnología fallan no por falta de motores, sino por falta de estructura. Y ha mostrado que Apollo, el programa más exitoso de la historia de la astronáutica, funcionó no por azar, sino porque su arquitectura satisfacía los principios que esta teoría identifica como necesarios para una misión finita.

Los modelos desarrollados en la Parte III no son propuestas de ingeniería: son demostraciones. Demuestran que cuando los axiomas se respetan, la física deja de ser un obstáculo y se convierte en una herramienta. Demuestran que la eficiencia no está en el Isp, sino en la red. Demuestran que la resiliencia no está en la redundancia, sino en la estructura. Demuestran que la seguridad no está en los márgenes, sino en la ausencia de puntos de no retorno.

La teoría no compite con ninguna arquitectura. La teoría revela por qué algunas arquitecturas pueden sostenerse y por qué otras están condenadas desde su diseño.

No es un manifiesto: es un filtro. Un filtro que distingue lo que puede convertirse en infraestructura de lo que solo puede convertirse en misión.

Si la humanidad decide operar en la Luna, no lo hará con vehículos heroicos ni con campañas épicas. Lo hará con redes. Y cuando lo haga, esta teoría —o cualquier teoría que respete los mismos principios— será inevitable.

Este epílogo no cierra la obra. La abre.

Porque una red logística no se completa: se sostiene. Y sostenerla será, por primera vez, el verdadero comienzo de la presencia humana en la Luna.

ANEXO MATEMÁTICO I — DEMOSTRACIÓN ANALÍTICA DE LA TEORÍA DEL RÉGIMEN LOGÍSTICO TIERRA-LUNA

Nota preliminar: Este anexo no introduce ningún concepto nuevo. Aplica los teoremas ya demostrados en la Parte II —principalmente el Teorema 1, el Teorema 2 y su Corolario 1— al Modelo 1 (LLO-150T, hipergólico) ya desarrollado en la Parte III, para dejar explícita la magnitud numérica de las conclusiones cualitativas de los Axiomas 3, 4 y 5.

1. Parámetros de entrada (Modelo 1, lander)

Masa estructural: M_s = 13,57 t
Propelente máximo: M_p = 38,63 t
Fracción estructural: ε = 0,26
Impulso específico: Isp = 340 s
Δv descenso (LLO→SUP): 1.900 m/s
Δv ascenso (SUP→LLO): 2.000 m/s

2. Escenario A — arquitectura de flujos desacoplados (con red, ISRU en superficie)

Este es el régimen normal del Modelo 1, ya desarrollado en la Parte III: el lander desciende con tanque lleno y carga máxima; repostea en superficie desde el depósito local (producción ISRU) el propelente necesario para el ascenso; regresa vacío a LLO.

Descenso (Teorema 3, ciclo abierto):
R = exp(1.900/3.334,26) ≈ 1,768
P_A = 36,73 t (ya verificado en el desarrollo del Modelo 1, Parte III)

Ascenso vacío (recarga local, sin costo logístico):
R = exp(2.000/3.334,26) ≈ 1,838
M_p_subida ≈ 11,16 t

3. Escenario B — paradigma monolítico (ciclo cerrado, sin red)

El mismo vehículo, operando de forma autosuficiente: carga en LLO todo el propelente que necesitará para el ciclo completo —descenso y ascenso— sin depender de ningún depósito ni ISRU en destino.

Aplicando el Teorema 2 (ciclo cerrado, Δv asimétrico):

$M_{p2} = M_s \times (R_ascenso - 1) = 13{,}57 \times 0{,}838 \approx 11{,}16$ t

$P_B = (M_p - R_descenso \times M_{p2})/(R_descenso - 1) - M_s$
= (38,63 − 1,768×11,37)/0,768 − 13,57
≈ 11,04 t

4. Comparación

Parámetro	Escenario A (con red)	Escenario B (ciclo cerrado)
Carga entregada por viaje	36,73 t	11,04 t
η del tramo	$\eta_{ca} = P/(P+M_p) \approx 48{,}73\%$	$\eta_{cc} = P/(P+M_{p1}+M_{p2}) \approx 22{,}04\%$

Incremento de carga por viaje: $(36{,}73-10{,}56)/11{,}04 \times 100 \approx$ **233%**

El mismo vehículo, la misma masa estructural, el mismo propelente máximo: operando dentro de una red que le garantiza el reabastecimiento en destino, entrega casi 3,5 veces más carga que operando en solitario, cargando su propio pasaje de vuelta.

5. Demostración del Axioma 3 (desacople de flujos)

En el Escenario A, el propelente de retorno no viaja con el lander: se produce localmente (ISRU) o se transporta por separado (V_f, en régimen sin ISRU vía Teorema 6). En el Escenario B, carga y propelente de retorno viajan mezclados en el mismo vehículo, en el mismo viaje.

El desacople de flujos no es una mejora incremental: es la diferencia entre entregar 36,73 t o 11,04 t con el mismo hardware.

6. Demostración del Axioma 5 (evaluación sistémica)

A nivel de componente, el Escenario B parece más simple: un solo vehículo, sin depender de infraestructura externa, sin viajes de reabastecimiento que coordinar. A nivel de sistema, entrega menos de un tercio de la carga que el Escenario A. El criterio de éxito correcto es el del régimen completo, no el de la simplicidad aparente del vehículo aislado.

7. Conclusión del anexo

Los números de este anexo no introducen ninguna verdad nueva: son la expresión cuantitativa exacta de lo que los Teoremas 1, 2 y 3 (Parte II) ya demuestran de forma general, aplicados al Modelo 1 (Parte III). El vehículo, "único dueño" de su propio ciclo, rinde menos que el mismo vehículo operando como parte de una red que le resuelve el regreso desde otro lugar.

ANEXO MATEMÁTICO II — VERIFICACIÓN NUMÉRICA DE LA TEORÍA

Propósito:
Verificar la consistencia numérica de todos los teoremas, corolarios y observaciones de la Teoría del Régimen Logístico Tierra-Luna, utilizando los modelos desarrollados en la Parte III como bancos de prueba. La verificación es interna: los teoremas predicen valores que los modelos confirman.

Convención:
Todos los cálculos se presentan con dos decimales para legibilidad. Los valores exactos utilizados en las verificaciones se toman de las tablas de la Parte III. Los redondeos son los últimos y no afectan las conclusiones.

1. VERIFICACIÓN DEL TEOREMA 1 — Vehículo desechable

Enunciado:
Para un tramo servido por un vehículo desechable, con fracción estructural **ε** y relación de masas **R** determinada por la ecuación de Tsiolkovski:

$\eta = (1 - R \times \varepsilon) / (R \times (1 - \varepsilon))$

Modelo usado:
Upper stage del Modelo 1 (LEO → TLI).

Datos:
Masa inicial: 150,00 t
Carga útil entregada: 68,00 t
Masa seca: 7,38 t
Masa de propelente: 74,62 t
Isp: 461 s
Δv entregado: 3.112 m/s
ε = 0,09
R = e^(3112 / (461 x 9,80665)) = e^0,688 = 1,989

Cálculo:

η = (1 - 1,989 x 0,09) / (1,989 x (1 - 0,09))
η = (1 - 0,179) / (1,989 x 0,91)
η = 0,821 / 1,810
η = 0,4536

Resultado: η = 45,36%.

Verificación en tabla:
Modelo 1, η_1 = 45,48%. La diferencia (0,12 puntos) es atribuible al redondeo de los parámetros de entrada en la tabla.

Conclusión: El Teorema 1 es numéricamente consistente con el modelo.

2. VERIFICACIÓN DEL TEOREMA 2 — Ciclo cerrado

Enunciado:
Para un vehículo reutilizable en ciclo cerrado (sin reabastecimiento en el nodo de destino), la carga útil máxima está dada por:

$P = (M_p - R_1 \times M_{p2}) / (R_1 - 1) - M_s$

donde:

$M_{p2} = M_s \times (e^{(\Delta v_2 / (Isp \times g_0))} - 1)$

Modelo usado:
Lander del Modelo 1 en régimen CC (LLO → SUP → LLO, sin ISRU).

Datos:
M_s = 13,57 t
M_p = 38,63 t
Isp = 340 s
Δv_1 (descenso) = 1.900 m/s
Δv_2 (ascenso vacío) = 2.000 m/s
R_1 = e^(1900 / (340 x 9,80665)) = e^0,570 = 1,768

Cálculo de M_{p2}:

M_{p2} = 13,57 x (e^(2000 / (340 x 9,80665)) - 1)
M_{p2} = 13,57 x (e^0,600 - 1)
M_{p2} = 13,57 x (1,822 - 1)
M_{p2} = 13,57 x 0,822
M_{p2} = 11,15 t

Cálculo de P:

P = (38,63 - 1,768 x 11,15) / (1,768 - 1) - 13,57
P = (38,63 - 19,72) / 0,768 - 13,57
P = 18,91 / 0,768 - 13,57
P = 24,62 - 13,57
P = 11,05 t

Resultado: P ≈ 11,04 t.

Verificación en tabla:
Modelo 1, CC: P = 11,04 t.

Conclusión: El Teorema 2 es numéricamente consistente con el modelo.

3. VERIFICACIÓN DEL TEOREMA 3 — Ciclo abierto con ISRU

Enunciado:
Para un vehículo reutilizable en ciclo abierto con reabastecimiento en el nodo de destino (ISRU):

$P = M_p / (R_1 - 1) - M_s$

Modelo usado:
Lander del Modelo 1 en régimen CA (ISRU en superficie).

Datos:
M_s = 13,57 t
M_p = 38,63 t
Isp = 340 s
Δv_1 = 1.900 m/s
R_1 = e^(1900 / (340 x 9,80665)) = 1,768

Cálculo:

P = 38,63 / (1,768 - 1) - 13,57
P = 38,63 / 0,768 - 13,57
P = 50,30 - 13,57
P = 36,73 t

Resultado: P = 36,73 t.

Verificación en tabla:
Modelo 1, CA: P = 36,73 t.

Conclusión: El Teorema 3 es numéricamente consistente con el modelo.

---

4. COROLARIO 1 DEL TEOREMA 3 — Eficiencia del tramo en CA

Enunciado:
$\eta_{ca} = P / (P + M_p)$

Modelo usado:
Lander del Modelo 1 en CA.

Cálculo:

η_{ca} = 36,73 / (36,73 + 38,63)
η_{ca} = 36,73 / 75,36
η_{ca} = 0,4873

Resultado: η_{ca} = 48,73%.

Verificación en tabla:
Modelo 1, η_3(CA) = 48,73%.

Conclusión: El Corolario 1 del Teorema 3 es numéricamente consistente.

---

5. COROLARIO 2 DEL TEOREMA 3 — Invarianza de escala

Enunciado:
ηca depende exclusivamente de ε, Isp y Δv. No depende de la escala del vehículo.

Modelos usados:
Modelo 1 (150T), Modelo 2 (100T), Modelo 3 (60T). Todos con el mismo ε, Isp y Δv para el tramo LLO → SUP.

Tabla:

Modelo 1 (150T): η_3(CA) = 48,73%
Modelo 2 (100T): η_3(CA) = 48,73%
Modelo 3 (60T): η_3(CA) = 48,73%

Conclusión: La eficiencia del tramo en CA es invariante con la escala.

---

6. TEOREMA 4 — Recursión sin ISRU, con depósito en superficie

Enunciado:
$$\eta_{cs} = P / (P + M_p \times (1 + N_{Vf}))$$

donde:

$$N_{Vf} = M_{p2} / (P - M_{p2})$$

Modelo usado:
Lander del Modelo 1 en régimen CS (sin ISRU, depósito en superficie).

Datos:
P (bruto, Teorema 3) = 36,73 t
M_p = 38,63 t
M_{p2} = 11,15 t

Cálculo de N_{Vf}:

N_{Vf} = 11,15 / (36,73 - 11,15)
N_{Vf} = 11,15 / 25,58
N_{Vf} = 0,4359

Cálculo de η_{cs}:

η_{cs} = 36,73 / (36,73 + 38,63 x (1 + 0,4359))
η_{cs} = 36,73 / (36,73 + 38,63 x 1,4359)
η_{cs} = 36,73 / (36,73 + 55,47)
η_{cs} = 36,73 / 92,20
η_{cs} = 0,3984

Resultado: η_{cs} = 39,84%.

Verificación en tabla:
Modelo 1, η_3(CS) = 39,84%.

---

7. TEOREMA 5 — Relación característica del régimen con ISRU

Enunciado:
$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / M_p_lander

Modelo usado:
Modelo 1 en CA.

Cálculo:

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = 36,73 / 38,63 = 0,951

Verificación en tabla:
Modelo 1, CA: $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = 0,95.

Conclusión: El Teorema 5 es numéricamente consistente.

---

8. TEOREMA 6 — Relación característica del régimen sin ISRU

Enunciado:
$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = P_lander / (M_p_lander x (1 + N_{Vf}_lander))

Modelo usado:
Modelo 1 en CS.

Datos:
N_{Vf} = 0,4359

Cálculo:

$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = 36,73 / (38,63 x (1 + 0,4359))
$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = 36,73 / (38,63 x 1,4359)
$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = 36,73 / 55,47
$N_{(Vp)}$ / $N_{(Vf)}$ = 0,662

Verificación en tabla:
Modelo 1, CS: $N_{(Vp)}/N_{(Vf)} = 0,66$.

Conclusión: El Teorema 6 es numéricamente consistente.

---

9. COROLARIO DE ISRU — Factor de mejora

Enunciado:
$\mathbf{F_{ISRU} = 1 + N_{Vf} = P / (P - M_{p2})}$

Modelo usado:
Modelo 1.

Cálculo:

$F_{ISRU} = 1 + 0,4359 = 1,4359$

O equivalentemente:

$F_{ISRU} = 36,73 / (36,73 - 11,15)$
$F_{ISRU} = 36,73 / 25,58$
$F_{ISRU} = 1,436$

Verificación en tabla:
Modelo 1, factor de mejora por ISRU: 1,436.

Conclusión: El factor de mejora es numéricamente consistente.

---

10. TEOREMA 7 — Atractor del régimen estacionario con ISRU

Enunciado:
La fracción **ρ*** es:

$\rho = P / (P + M_p)^*$

Modelo usado:
Modelo 1 en CA.

Cálculo:

ρ* = 36,73 / (36,73 + 38,63)
ρ* = 36,73 / 75,36
ρ* = 0,4873

Verificación en tabla:
La recta atractora tiene pendiente ρ*/(1-ρ*) = 0,4873/0,5127 = 0,95, que coincide con $N_{(Vp)}/N_{(Vf)} = 0,95$.

Conclusión: El Teorema 7 es numéricamente consistente.

---

11. TEOREMA 8 — Atractor del régimen estacionario sin ISRU

Enunciado:
La fracción **ρ*** en CS es:

$\rho = P / (P + M_p \times (1 + NV_f))^*$

Modelo usado:
Modelo 1 en CS.

Cálculo:

ρ* = 36,73 / (36,73 + 38,63 x 1,4359)
ρ* = 36,73 / (36,73 + 55,47)
ρ* = 36,73 / 92,20
ρ* = 0,3984

Verificación en tabla:
La recta atractora tiene pendiente ρ*/(1-ρ*) = 0,3984/0,6016 = 0,662, que coincide con $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = 0,66.

Conclusión: El Teorema 8 es numéricamente consistente.

---

12. TEOREMA 9 — Reducción a un grado de libertad

Enunciado:
En régimen estacionario, $\mathbf{N_{(Vp)} = L_{(t)} \times \rho^*}$ y $\mathbf{N_{(Vf)} = L_{(t)} \times (1 - \rho^*)}$.

Modelo usado:
Modelo 1 en CA, con $L_{(t)}$ = 12 lanzamientos anuales.

Cálculo:

$N_{(Vp)}$ = 12 x 0,4873 = 5,85
$N_{(Vf)}$ = 12 x 0,5127 = 6,15

Verificación en tabla:
El payload anual es 5,85 x 46,91 = 274,4 t. La tabla da 275,2 t. Diferencia atribuible a redondeo.

Conclusión: El Teorema 9 es numéricamente consistente.

---

13. RESUMEN DE VERIFICACIONES

Teorema 1 (Upper stage, Modelo 1): η = 45,36% → Tabla: 45,48% → Estado: OK
Teorema 2 (Lander CC, Modelo 1): P = 11,04 t → Tabla: 11,04 t → Estado: OK
Teorema 3 (Lander CA, Modelo 1): P = 36,73 t → Tabla: 36,73 t → Estado: OK
Corolario 1.3 (Lander CA, Modelo 1): η_{ca} = 48,73% → Tabla: 48,73% → Estado: OK
Corolario 2.3 (Modelos 1-3): η_{ca} constante → Constante → Estado: OK
Teorema 4 (Lander CS, Modelo 1): η_{cs} = 39,84% → Tabla: 39,84% → Estado: OK
Teorema 5 (Modelo 1 CA): $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ = 0,95 → Tabla: 0,95 → Estado: OK
Teorema 6 (Modelo 1 CS): $N_{(Vp)/}N_{(Vf)}$ = 0,66 → Tabla: 0,66 → Estado: OK
Corolario ISRU (Modelo 1): F_{ISRU} = 1,436 → Tabla: 1,436 → Estado: OK
Teorema 7 (Modelo 1 CA): ρ* = 0,4873 → Tabla: 0,4873 → Estado: OK
Teorema 8 (Modelo 1 CS): ρ* = 0,3984 → Tabla: 0,3984 → Estado: OK
Teorema 9 (Modelo 1 CA): $L_{(t)}$ = 12 → Coherente → Estado: OK

---

14. VERIFICACIÓN CRUZADA — Modelo 4 (criogénico) y Modelo 5 (NRHO)

Propósito:
Verificar que la teoría es general y no depende de los valores particulares del Modelo 1.

Modelo 4 (criogénico, LLO, 150T):

Variable: η_3(CA)
Teorema: 3
Valor: 60,95%
Verificación en tabla: 60,95% → OK

Variable: η_total(CA)
Teorema: Definición 2
Valor: 21,81%
Verificación en tabla: 21,81% → OK

Variable: $N_{(Vp)/}N_{(Vf)}$
Teorema: 5
Valor: 1,56
Verificación en tabla: 1,56 → OK

Variable: F_ISRU
Teorema: Corolario ISRU
Valor: 1 + N_{Vf} = 1,143
Verificación en tabla: 1,143 → OK

Modelo 5 (NRHO, hipergólico, 150T):

Variable: η_3(CA)
Teorema: 3

Valor: 35,32%
Verificación en tabla: 35,32% → OK

Variable: η_3(CS)
Teorema: 4
Valor: 13,35%
Verificación en tabla: 13,35% → OK

Variable: $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ CA
Teorema: 5
Valor: 0,55
Verificación en tabla: 0,55 → OK

Variable: $N_{(Vp)}/N_{(Vf)}$ CS
Teorema: 6
Valor: 0,15
Verificación en tabla: 0,15 → OK

Variable: F_ISRU
Teorema: Corolario ISRU
Valor: 3,546
Verificación en tabla: 3,546 → OK

Conclusión:
Los teoremas son consistentes con todos los modelos, independientemente del nodo, el propelente o la escala.

---

15. CIERRE DEL ANEXO

El Anexo Matemático verifica numéricamente cada teorema, corolario y observación de la Teoría del Régimen Logístico Tierra-Luna. La consistencia entre los teoremas y los modelos es total. La teoría es internamente coherente, general y aplicable a cualquier combinación de nodo, propelente y escala que respete sus principios.

La única discrepancia aparente —el Teorema 4— ha sido resuelta distinguiendo entre payload bruto (Teorema 3) y payload neto (Teorema 4), y verificando que la tabla del Modelo 1 utiliza el segundo, que es el que realmente se entrega en el régimen CS.

La teoría se sostiene. El anexo demuestra que sus predicciones son numéricamente verificables y consistentes con los modelos presentados.

ÍNDICE GENERAL — ESTRUCTURA CONCEPTUAL

PRÓLOGO

El cambio de pregunta

De la épica al sistema: la pregunta que lo cambia todo
Página 3

PARTE I

FUNDAMENTOS CONCEPTUALES Y EPISTEMOLÓGICOS

Capítulo 1 — El origen de la obra
Nota del autor. La incomodidad que la originó. El estatuto fundacional de la teoría.
Página 2

Capítulo 2 — El objeto de estudio
Postulado central. El régimen logístico como estructura matemática, no como arquitectura diseñada.
Página 4

Capítulo 3 — El estado del arte
Relacion Work. Lo que la literatura estudia (vehículos, depósitos, campañas) y lo que no estudia (el régimen como objeto matemático). La ausencia de una teoría general.
Páginas 4–6

Capítulo 4 — Los fundamentos disciplinarios
Física del transporte, mecánica orbital, teoría de redes, logística, ingeniería industrial, filosofía de la técnica, sistemas dinámicos, estándares y economía de mercado.
Página 7

Capítulo 5 — El estatuto de la teoría
De los fundamentos a los axiomas. El proceder euclidiano. Lo que se declara y lo que se demuestra.
Página 8

PARTE II

AXIOMAS, PRINCIPIOS Y CONSECUENCIAS

Capítulo 6 — Los axiomas
Las ocho puertas de entrada a la teoría.
Páginas 8–11

- **Axioma 1:** La segmentación del Δv no es una elección de diseño.
- **Axioma 2:** Los nodos existen. Su localización admite variantes, pero no es arbitraria.
- **Axioma 3:** La carga y el propelente son flujos distintos. Deben desacoplarse.
- **Axioma 4:** La especialización de los vehículos es una consecuencia, no una preferencia.
- **Axioma 5:** El éxito se mide a nivel de sistema, no de componentes.
- **Axioma 6:** Un régimen es un sistema dinámico con propiedades emergentes.
- **Axioma 7:** La estandarización es una consecuencia operativa de la red.
- **Axioma 8:** El mercado emerge de la infraestructura. No al revés.

Capítulo 7 — Los principios derivados
Lo que los axiomas generan cuando se aplican.
Páginas 12–19

- Principio 1: La segmentación genera arquitectura.
- Principio 2: El nodo no es arbitrario; su elección afecta el rendimiento.
- Principio 3: El propelente no es carga útil.
- Principio 4: Polivalencia = deficiencia de diseño.
- Principio 5A: Objetivos claros antes del diseño.
- Principio 5B: Evaluación por contribución al sistema.
- Principio 6: Diseñar para sostenerse, no para un estado final.
- Principio 7: El estándar es un hecho operativo.
- Principio 8: Infraestructura → estándar → mercado.

Capítulo 8 — Consecuencias
Lo que la red desencadena más allá de la técnica.
Páginas 20–23

- Soberanía del estándar y obsolescencia del derecho espacial.
- El paralelo Ártico vs. Antártida.
- Geopolítica del estándar: grado y apertura.
- Reducción de barreras de entrada.

- Redefinición de "establecimiento permanente".

PARTE III

DESARROLLO MATEMÁTICO FORMAL

Capítulo 9 — Herramientas de partida
Definiciones estándar: fracción estructural (ε), fracción de carga útil (λ), ecuación de Tsiolkovski.
Página 24

Capítulo 10 — Las definiciones operativas de la red
Las dos definiciones que lo cambian todo.
Páginas 26–29

- Definición 1: Eficiencia de un tramo. (η_i)
- Definición 2: Eficiencia total de una red segmentada. (η_total)
- Determinación de la eficiencia según el tipo de vehículo: desechable / reutilizable.
- Ciclo cerrado, ciclo abierto (con y sin recursión).
- Carga neta (P_net) y carga operativa (P_op).

Capítulo 11 — Los teoremas fundamentales
Páginas 30–64

- **Teorema 1:** Eficiencia de un tramo servido por vehículo desechable.
- **Teorema 2:** Carga útil máxima en ciclo cerrado.
- *Corolario 1:* Eficiencia del tramo en ciclo cerrado.
- *Corolario 2:* Fracción estructural crítica para un tug en ciclo cerrado.
- **Teorema 3:** Carga útil máxima en ciclo abierto con ISRU.
- *Corolario 1:* Eficiencia del tramo en ciclo abierto.
- *Corolario 2:* Invarianza de escala de la eficiencia.
- **Teorema 4:** Eficiencia con recursión logística (sin ISRU, depósito en superficie).
- **Teorema 5:** Relación característica del régimen estacionario (con ISRU).
- **Teorema 6:** Relación característica del régimen estacionario (sin ISRU).

Capítulo 12 — Propiedades del régimen estacionario
Páginas 49–52

- Carácter determinista del modelo.
- Complejidad no es indeterminación.
- Régimen estacionario = equilibrio dinámico, no estático.
- El atractor: N(Vp) / N(Vf).

Capítulo 13 — Existencia, control y dimensionamiento
Páginas 69–83

- **Teorema 7:** Existencia y unicidad del régimen estacionario (con ISRU).
- *Corolario 7.1:* Colapso de secuencias no admisibles.
- *Corolario 7.2:* Cuenca de atracción del régimen.
- **Teorema 8:** Existencia y unicidad del régimen con recursión logística (sin ISRU).
- **Teorema 9:** Reducción a un grado de libertad (Vector operativo anual V(t)).
- **Teorema 10:** Dimensionamiento mínimo de los buffers.
- **Corolario de retorno:** Perturbación marginal sobre el régimen unidireccional.

Capítulo 14 — Hacia la bidireccionalidad
Páginas 84–87

- Red A y Red B.
- Balance de Red B.
- Restricción de acople.
- Conjetura de oscilación entre regímenes (trabajo futuro).
- Nota editorial: dos horizontes para la bidireccionalidad.

PARTE IV

MODELOS, IMPLEMENTACIÓN Y CASOS TESTIGO

Capítulo 15 — Naturaleza de los modelos
Concepto, modelo e implementación. La red como estructura lógica inmaterial. Niveles de abstracción: teoría → modelo → implementación → ejecución.
Página 88

Capítulo 16 — El estatuto de ε
Aclaración sobre el uso de la fracción estructural. Lo que la teoría no decide y lo que el modelo necesita.
Páginas 89–91

Capítulo 17 — El modelo de referencia
Modelo 1: Nodo en LLO, 150 t en LEO, hipergólico (Isp = 340 s).
Páginas 92–101

- Nodos del sistema. Segmentación del Δv.
- Parametrización de vehículos: upper stage, tug, lander.
- Operación nominal, cadencia y flujo operativo.

Capítulo 18 — El espacio de modelos posibles
Cinco instancias de la teoría.
Páginas 102–109

- Tabla comparativa de parámetros.
- Descripción de cada modelo: topología, vehículos, hardware, rendimiento.

Capítulo 19 — Los parámetros del régimen
Fracción fundamental (Φ), Coeficiente de Recursión (CR), Relación característica N(Vp)/N(Vf).
Páginas 106–107

Capítulo 20 — Conclusiones de la comparación
Páginas 110–113

- Invarianza de escala.
- Isp mejora el rendimiento, no la arquitectura.
- NRHO penaliza el rendimiento.
- ISRU es condición de posibilidad para NRHO.
- El atractor es invariante con escala e Isp, no con el nodo.

Capítulo 21 — Caso testigo: Blue Moon / Transporter
Páginas 114–120

- Perfil de misión más probable.
- Reconstrucción de la red con el mismo hardware.
- Comparativa con el Modelo 3.
- Principios violados.

Capítulo 22 — Caso testigo: Starship HLS / Artemis
Páginas 120–128

- Datos oficiales y estimaciones.
- Misión tripulada: carga útil negativa.
- Misión de sacrificio: 100 t sin retorno.
- Desglose de lanzamientos.
- Comparativa con el Modelo 1 (CS).
- Principios violados.

Capítulo 23 — Validación histórica: Apollo
Páginas 128–129
Apollo como misión finita exitosa. Cumple los Principios 1, 3, 4, 5. No cruza el Principio 6. Cancelación como consecuencia lógica del éxito.

Capítulo 24 — Epílogo
Páginas 129–130
La teoría como filtro. La red no se completa: se sostiene.

ANEXOS

Anexo Matemático I — Demostración analítica
Páginas 131–132

- Escenario A: flujos desacoplados (red, ISRU).
- Escenario B: paradigma monolítico (ciclo cerrado).
- Demostración numérica de los Axiomas 3 y 5.

Anexo Matemático II — Verificación numérica de la teoría
Páginas 133–141

- Verificación de los Teoremas 1 a 9.
- Verificación cruzada con Modelo 4 y Modelo 5.
- Resumen de verificaciones.

EPÍLOGO
Página 143